

Champ magnétostatique

I. Champ magnétique créé par une distribution de courant

Équations locales en magnétostatique

En un point M où la densité volumique de courants est $\vec{j}(M)$, le champ magnétique vérifie les équations locales :

$$\text{Maxwell-Ampère : } \vec{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{j}$$

$$\text{Maxwell-Flux : } \vec{\text{div}} \vec{B} = 0$$

Avec $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$: Perméabilité du vide

1. Effet d'une distribution de courant sur des charges en mouvement / des courants

Champ magnétique

Une distribution de courants crée en un point M de l'espace un champ magnétique $\vec{B}(M)$ tel que l'action de cette distribution a pour expression dans le référentiel d'étude :

- ✓ Force de Lorentz : Sur une charge q' avec une vitesse $\vec{v}$ placée en M :

$$\vec{F} = q' \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}(M)$$

- ✓ Force de Laplace : Sur un élément de courant $I' \cdot d\vec{l}$ placée en M :

$$\vec{F} = I' \cdot d\vec{l} \wedge \vec{B}(M)$$

2. Propriété de symétrie

On peut définir les plans de symétrie et anti-symétrie pour une distribution de courant :

- ✓ π^+ est un plan de symétrie : $P' = \text{sym}_{/\pi^+}(P) \rightarrow \vec{j}(P') = +\text{sym}_{/\pi^+}[\vec{j}(P)]$
- ✓ π^- est un plan d'anti-symétrie : $P' = \text{sym}_{/\pi^-}(P) \rightarrow \vec{j}(P') = -\text{sym}_{/\pi^-}[\vec{j}(P)]$

Les effets de la symétrie (Principe de Curie) sont observables sur l'effet de la distribution sur une charge en mouvement, donc sur la force appliquée à cette charge.

Le champ magnétique aura des propriétés d'anti-symétrie.

- ✓ $M' = \text{sym}_{/\pi^+}(M) \rightarrow \vec{B}(M') = -\text{sym}_{/\pi^+}[\vec{B}(M)]$
- ✓ $M' = \text{sym}_{/\pi^-}(M) \rightarrow \vec{B}(M') = +\text{sym}_{/\pi^-}[\vec{B}(M)]$

Conséquence sur $\vec{B}$ en un point de ces plans

$$M \in \pi^+ \rightarrow \vec{B}(M) \perp \pi^+$$

$$M \in \pi^- \rightarrow \vec{B}(M) \parallel \pi^-$$

Invariance par translation et rotation

Si la distribution est invariante pour un observateur par translation colinéairement à une direction $\vec{u}$, l'intensité du champ magnétique sera indépendante de la coordonnée $\overrightarrow{OM} \cdot \vec{u}$.

Si la distribution est invariante pour un observateur par rotation par rapport à un axe Δ d'un angle θ , l'intensité du champ magnétique sera indépendante de la coordonnée θ

II. Calcul du champ magnétique par le théorème d'Ampère**Théorème d'Ampère**

La circulation de $\vec{B}$ le long d'une courbe fermée Γ entourant un courant d'intensité I_{ent} est tel que

$$\int_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

- ✓ Rappeler l'équation locale de Maxwell-Ampère. Exprimer le flux de cette grandeur sur une surface S
- ✓ Exploiter le théorème de Stokes pour en déduire le théorème d'Ampère

1. Topographie**Flux conservatif**

Le champ magnétique est à flux conservatif. Le resserrement des lignes de champs magnétique caractérisent donc les zones de champ plus intense.

- ✓ Rappeler la loi locale de Maxwell-Flux
- ✓ En déduire que le flux du champ magnétique à travers une surface fermée est nul (il est alors à flux conservatif) ... par une méthode analogue à celle permettant de démontrer le théorème de Gauss
- ✓ Choisir une surface fermée s'appuyant sur des ligne de champ : un tube de courant avec des bases S_1 et S_2
- ✓ En supposant le champ uniforme sur S_1 et uniforme sur S_2 en déduire que $B_1 \cdot S_1 = B_2 \cdot S_2$

III. Dipôle magnétostatique**1. Champ magnétique crée par un dipôle****Dipôle et Approximation dipolaire**

Une spire de courant d'intensité I , de rayon a constitue un dipôle magnétostatique dont le moment magnétique a pour expression

$$\vec{M} = I \cdot \vec{S}$$

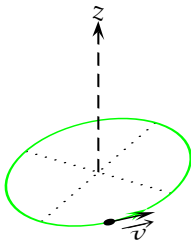
On se placera dans l'approximation dipolaire $OM \gg a$

$\vec{S}$ est le vecteur surface de la spire, associé au sens de parcourt de I .

2. Rapport gyromagnétique

On étudie l'atome d'hydrogène dans son modèle classique

- ✓ Le noyau est au centre de l'atome
- ✓ L'électron décrit une orbite circulaire de rayon r à une vitesse $\vec{v}$ autour du noyau.



Rapport gyromagnétique

Un électron de moment cinétique $\vec{L}_\Delta$ autour de son noyau est assimilable à un dipôle magnétique de moment magnétique

$$\vec{\mathcal{M}} = \gamma \cdot \vec{L}_\Delta \cdot \vec{e}_\delta$$

- ✓ Exprimer le moment cinétique $\vec{L}_\Delta$ en fonction de v , m_e et r
- ✓ En déduire l'expression de I en fonction de e , v et r
- ✓ Exprimer $\vec{\mathcal{M}}$ en fonction de $\vec{L}_\Delta$ et en déduire l'expression de γ

Ordre de grandeur

Le moment magnétique volumique d'un aimant comportant n atomes par m^3 sera majoré par :

$$\mathcal{M}_{max} = n \cdot \mu_b$$

Avec μ_b le magnéton de Bohr