# Ondes sonores dans un fluide

L'onde sonore est une onde longitudinale. On se placera dans le cas d'une onde plane : $\overrightarrow{v} = v(x,t).\overrightarrow{e_x}$

## I. Équation de propagation

### 1. Recherche de l'équation

| **Grandeur** | **Au repos** | **Au passage de l'onde** | ODG |
|---|---|---|---|
| Pression | $p_0$ | $p(M,t) = p_0 + p_1(M,t)$ | $p_1 \simeq 10^{-2}\ Pa$ |
| Masse volumique | $\mu_0$ | $\mu(M,t) = \mu_0 + \mu_1(M,t)$ | |
| Vitesse | $\overrightarrow{v}_0 = \overrightarrow{0}$ | $\overrightarrow{v}(M,t) = \overrightarrow{v}_1(M,t)$ | $v_1 \simeq 1\ \mu m$ |

En considérant une OPPH $p_1 = p_{1M}.cos(\omega t - kx)$, alors $\left|\begin{array}{l} \left(\dfrac{\partial p_1}{\partial x}\right)_M = k.p_{1M} = \dfrac{\omega}{c}.p_{1M} \simeq \dfrac{10^5}{340}.10^{-2} \ll p_0 \\ \left(\dfrac{\partial p_1}{\partial t}\right)_M = \omega.p_{1M} \simeq \dfrac{1}{0}^5.10^{-2} \ll p_0 \end{array}\right.$

*On pourrait de même comparer* $\left(\dfrac{\partial v_1}{\partial t}\right)_M$ *et* $\left(\dfrac{\partial v_1}{\partial x}\right)_M$ *à c*

**Approximation acoustique**

On considère toute variation $\xi_1$ de la grandeur au repos $\xi_0$, ainsi que ses dérivées spatiales et temporelles, comme des infiniment petits du premier ordre.
On se limitera à l'ordre 1 des infiniment petits dans les calculs.

**Coef. de compressibilité isentropique**

On définit le coefficient de compressibilité à entropie constante

$$\chi_s = \frac{1}{\mu}\left(\frac{d\mu}{dp}\right)_s \equiv C^{te}$$

**Méthode - Bilan thermodynamique**

- ✓ Rappeler l'expression du coefficient de compressibilité isentropique
- ✓ L'évolution étant isentropique, relier $\left(\dfrac{d\mu}{dp}\right)_s$ et $\dfrac{d\mu}{dp}$.
- ✓ Exploiter l'approximation acoustique
- ✓ Arriver à la relation $\mu_1 = \mu_0.p_1.\chi_s$

**Méthode - Bilan de masse**

- ✓ Rappeler l'équation de conservation de la masse pour un écoulement fluide
- ✓ Exploiter l'approximation acoustique
- ✓ Arriver à la relation $\dfrac{\partial \mu_1}{\partial t} + \mu_0.\dfrac{\partial v_1}{\partial x} = 0$

**Méthode - Bilan dynamique**

- ✓ Rappeler l'équation d'Euler pour un écoulement fluide
- ✓ Exploiter l'approximation acoustique
- ✓ Arriver à la relation $\mu_0.\dfrac{\partial v_1}{\partial t} = -\dfrac{\partial p_1}{\partial x}$

En exploitant ces trois équations, on peut alors obtenir l'équation de propagation vérifiée par l'une des trois grandeurs.

**Équation des ondes sonores**

La surpression dans un fluide supposé parfait de masse volumique $\mu_0$ et de coefficient de compressibilité isentropique $\chi_s$ vérifie l'équation d'Alembert

$$\Delta p_1 - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} = 0 \qquad \text{avec} \qquad c = \sqrt{\frac{1}{\mu_0.\chi_s}}$$

## 2. Étude de cas

**Méthode - Célérité pour un gaz parfait**

- ✓ Rappeler l'équation d'état pour le gaz parfait, en déduire l'expression de $\mu$ en fonction de $M$, $p$ et $t$
- ✓ Rappeler la loi de Laplace, en fonction de $p$ et $\mu$
- ✓ En déduire l'expression de $\chi_s$
- ✓ Rappeler l'expression de la célérité en fonction de $\mu_0$ et $\chi_s$. En déduire que $c = \sqrt{\dfrac{\gamma.R.T}{M}}$

# II. Étude d'une OPPH

On considère une onde telle que $\overrightarrow{k} = f.\overrightarrow{e_x}$

**Impédance acoustique**

Le rapport $\dfrac{p_1}{v_1}$ ne dépend que des caractéristiques du milieu. Pour une onde plane, progressive se propageant selon $\pm\overrightarrow{u_x}$, l'impédance acoustique a pour expression

$$Z_{ac} = \frac{p_1}{v_1}$$

---

- ✓ Considérer une OPPH et donner la forme générale pour $\underline{p}_1(x,t)$ (pour une propagation dans le sens croissant)
- ✓ Rappeler l'une des relation de couplage liant $\underline{p}_1(x,t)$ et $\underline{v}_1(x,t)$
- ✓ En déduire l'expression $Z_{ac} = \pm\mu_0.c$

**Vecteur de Poynting acoustique**

La densité surfacique de puissance associée à l'onde est égale à

$$\overrightarrow{\Pi} = p_1.\overrightarrow{v_1}$$

**Intensité sonore :** L'intensité sonore peut être exprimée en décibel par la relation

$$I_{dB} = 10.Log\frac{I}{I_0} I = \left\langle \overrightarrow{\Pi} \right\rangle$$

où $I_0 = 10^{-12}\ W.m^{-2}$, seuil d'audition de l'oreille humaine

## III. Étude d'une interface

**Relations de continuité**

A l'interface plane et infinie entre deux fluides, il y a continuité de la surpression ainsi que de la vitesse

Dans le cas plus général d'une continuité entre deux fluides contenus dans des tuyaux de sections différentes $S_1$ et $S_2$, il y aura continuité non pas de la vitesse mais du débit volumique.

**Réflexion-transmission en amplitude / énergie**

$$r_p = \frac{p_r(x=0^-,t)}{p_i(x=0^-,t)} \quad R_p = \frac{\left\langle \overrightarrow{\Pi}_r \right\rangle}{\left\langle \overrightarrow{\Pi}_i \right\rangle}$$

$$t_p = \frac{p_t(x=0^-,t)}{p_i(x=0^-,t)} \quad T_p = \frac{\left\langle \overrightarrow{\Pi}_t \right\rangle}{\left\langle \overrightarrow{\Pi}_i \right\rangle}$$