Partie 1 - Équation d'Alembert - Ondes mécaniques

I. Équation d'Alembert

1. Étude de cas : Corde vibrante

Grandeurs caractéristiques :

- ✓ Masse linéïque de la corde μ uniforme
- ✓ Corde tendue avec une tension de norme T

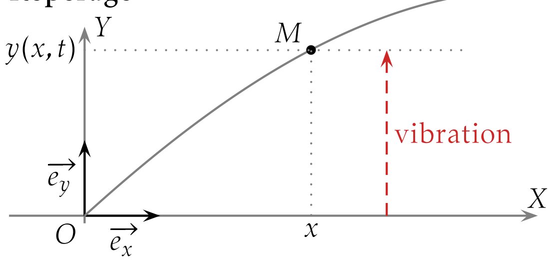
Hypothèses d'étude

- ✓ Poids négligeable devant les autres interactions
- ✓ Corde ∞ souple
- ✓ Petits mouvements transverses

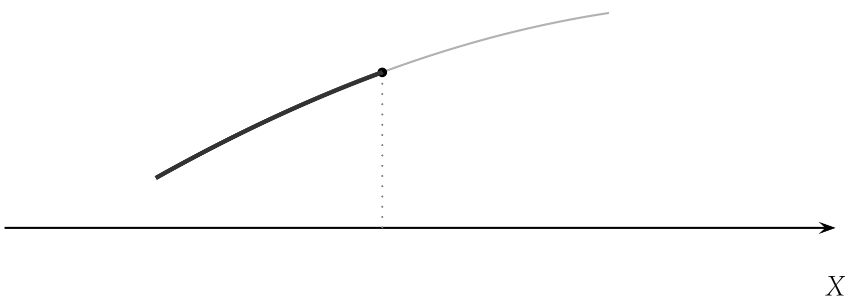
Méthode - Équation de propagation le long d'une corde

- ✓ Relier en un point $M(x,y)$ l'angle α de la tangente avec l'axe horizontal et $y(x,t)$
- ✓ Exprimer le vecteur tension $\overrightarrow{T}(x,t)$ exercée par la partie gauche de la corde en $M(x,y)$ en fonction de sa norme T et de l'angle α dans la base de travail
- ✓ Appliquer le PFD à une tranche de corde comprise entre $x-\frac{dx}{2}$ et $x+\frac{dx}{2}$
- ✓ En projetant cette expression selon Ox, montrer que la tension est uniforme sur toute la corde
- ✓ Projeter cette expression selon Oy
- ✓ En déduire l'équation vérifiée par $y(x,t)$

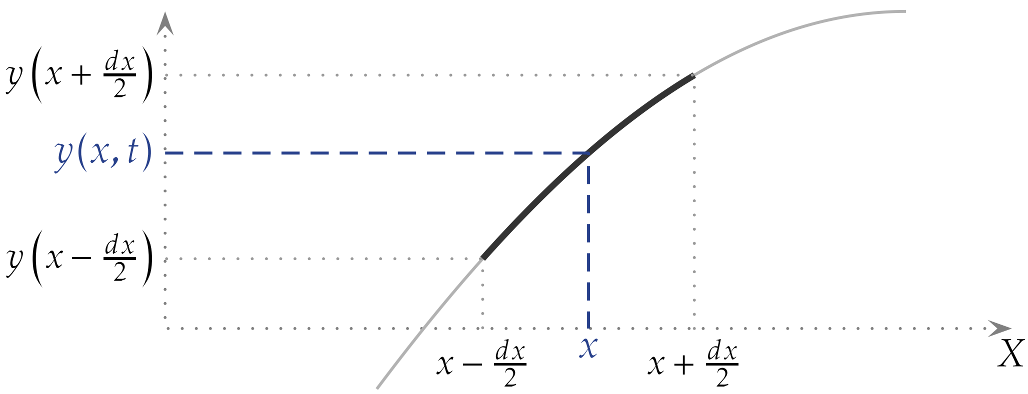
Repérage



Tension



Bilan dynamique



2. Équation d'Alembert et formes des solutions

On note c la célérité de l'onde considérée, en $m.s^{-1}$

	Cas unidimensionnel	cas général
Équation d'Alembert	$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 s}{\partial x^2} = 0$	$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} - c^2 \Delta s = 0$
Onde plane progressive harm.	$s(x,t) = S_0.cos(\omega t - kx + \varphi_0)$	$s(M,t) = cos\left(\omega.t - \overrightarrow{k} \cdot \overrightarrow{OM}\right)$
Onde stationnaire	$s(x,t) = S_0.cos(\omega.t + \varphi)cos(k.x + \psi)$	

Onde progressive : Relation de dispersion et vitesse de phase

- ✓ On définit le vecteur d'onde $\overrightarrow{k} = k.\overrightarrow{u}$ pour une onde progressive. Ce vecteur donne le sens de propagation de l'onde.
- ✓ L'expression liant k et ω est nommée **relation de dispersion**
- ✓ La vitesse de propagation d'une onde harmonique de pulsation ω, v_φ est définie par la relation

$$v_\varphi = \frac{\omega}{k}$$

- ✓ La propagation est non dispersive si v_φ indépendante de la pulsation ω

Méthode - Rechercher la relation de dispersion

- ✓ Déterminer l'équation de propagation vérifiée par la perturbation
- ✓ Proposer une écriture de la solution progressive harmonique faisant intervenir k
- ✓ Injecter cette solution dans l'équation de propagation afin d'obtenir la relation de dispersion

Ondes stationnaires

S'il existe des points particuliers nommés nœuds où la perturbation est nulle à tout instant, il n'y a plus de progression possible de l'onde. L'onde est alors dite stationnaire.

II. Ondes dans un solide

Approximation des milieux continus

Pour un milieu dont les positions des masses à l'équilibre sont distantes de a, on pourra définir la vibration de l'onde dans ce milieu en tout point x, $s(x,t)$ sous réserve que $a \ll \lambda$

Module d'Young

Un barreau solide de section S de longueur à vide L aura un allongement ΔL par application d'une force de module F tel que

$\frac{F}{S} = E.\frac{\Delta L}{L}$

E : Module d'Young, exprimé en *Pascal* (Pa)