

Champ électrostatique

PC Lycée Dupuy de Lôme

Champ électrostatique

Une distribution de charges crée en un point M de l'espace un champ électrostatique $\vec{E}(M)$ tel que l'action de cette distribution sur une charge q' placée en M a pour expression



$$\vec{F} = q' \cdot \vec{E}(M)$$

Champ électrostatique

Définition

Cas d'une charge ponctuelle

Équations locales

Énergie potentielle d'une charge

Lignes de champ

Propriétés de symétrie

Invariances

Choix d'un système de coordonnées

Théorème de Gauss

Dipôle électrostatique

Champ
électrostatique

Définition

Cas d'une charge ponctuelle

Équations locales

Énergie potentielle d'une charge

Lignes de champ

Propriétés de symétrie

Invariances

Choix d'un système de coordonnées

Théorème de Gauss

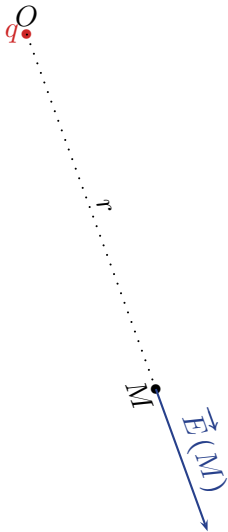
Dipôle
électrostatique

Loi de Coulomb

Une charge ponctuelle q en O crée en M un champ électrique

$$\vec{E} = \frac{1}{4.\pi.\epsilon_0} . \frac{q}{OM^3} . \overrightarrow{OM}$$

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4.\pi.10^9} \text{ S.I : permittivité du vide}$$



Une charge q' est placée dans une zone de champ $\vec{E}(M)$ et se déplace.

- Travail de la force :
- Énergie potentielle pour la charge :

Une charge q' est placée dans une zone de champ $\vec{E}(M)$ et se déplace.

- Travail de la force : $W_{A \rightarrow B} = \int_{A \rightarrow B} q' \cdot \vec{E} \cdot d\vec{l}$
- Énergie potentielle pour la charge :

Champ électrostatique

Définition

Cas d'une charge ponctuelle

Équations locales

Énergie potentielle d'une charge

Lignes de champ

Propriétés de symétrie

Invariances

Choix d'un système de coordonnées

Théorème de Gauss

Dipôle électrostatique

Une charge q' est placée dans une zone de champ $\vec{E}(M)$ et se déplace.

- Travail de la force :
- Énergie potentielle pour la charge : $\mathcal{E}_p(M) = q'.V(M)$

Une charge q' est placée dans une zone de champ $\vec{E}(M)$ et se déplace.

- Travail de la force :
- Énergie potentielle pour la charge :

Circulation conservative

Le champ $\vec{E}(M)$ est à circulation conservative, la force électrostatique dérive donc d'une énergie potentielle.

$$\mathcal{E}_p(M) = q'.V(M)$$

Champ électrostatique

Définition

Cas d'une charge ponctuelle

Équations locales

Énergie potentielle d'une charge

Lignes de champ

Propriétés de symétrie

Invariances

Choix d'un système de coordonnées

Théorème de Gauss

Dipôle électrostatique

ligne de champ

Tout déplacement élémentaire $\overrightarrow{dOM}$ le long d'une ligne de champ est co-linéaire au champ électrique en M , $\vec{E}(M)$

$$\vec{E}(M) = \alpha \cdot \overrightarrow{dOM} \quad \text{ou} \quad \vec{E}(M) \wedge \overrightarrow{dOM} = 0$$

Équipotentielle

L'ensemble des points de même potentiel forme une surface équipotentielle

Champ
électrostatique

Définition

Cas d'une charge ponctuelle

Équations locales

Énergie potentielle d'une charge

Lignes de champ

Définition

Exemple

Exemple

Exemple

Exemple

Propriété

Propriétés de symétrie

Invariances

Choix d'un système de coordonnées

Théorème de Gauss

Dipôle
électrostatique

Champ électrostatique

Définition

Cas d'une charge ponctuelle

Équations locales

Énergie potentielle d'une charge

Lignes de champ

Définition

Exemple

Exemple

Exemple

Exemple

Propriété

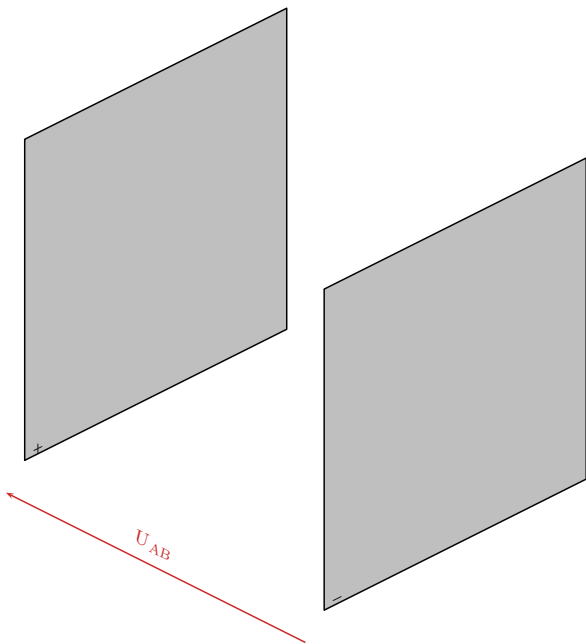
Propriétés de symétrie

Invariances

Choix d'un système de coordonnées

Théorème de Gauss

Dipôle électrostatique



Champ électrostatique

Définition

Cas d'une charge ponctuelle

Équations locales

Énergie potentielle d'une charge

Lignes de champ

Définition

Exemple

Exemple

Exemple

Exemple

Propriété

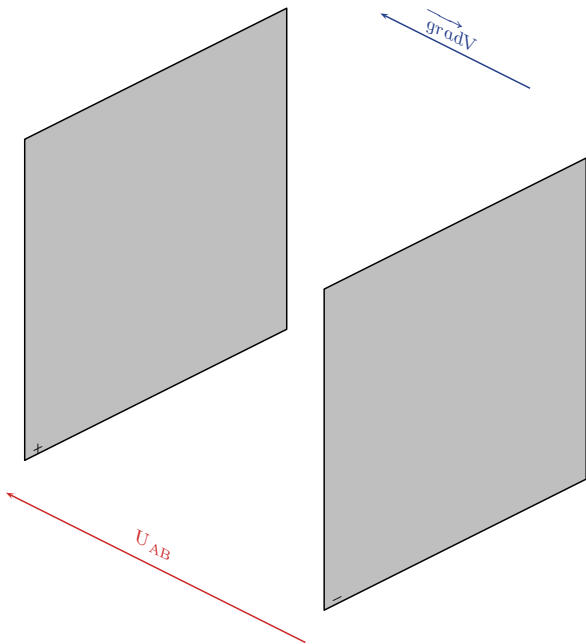
Propriétés de symétrie

Invariances

Choix d'un système de coordonnées

Théorème de Gauss

Dipôle électrostatique



Champ électrostatique

Définition

Cas d'une charge ponctuelle

Équations locales

Énergie potentielle d'une charge

Lignes de champ

Définition

Exemple

Exemple

Exemple

Exemple

Propriété

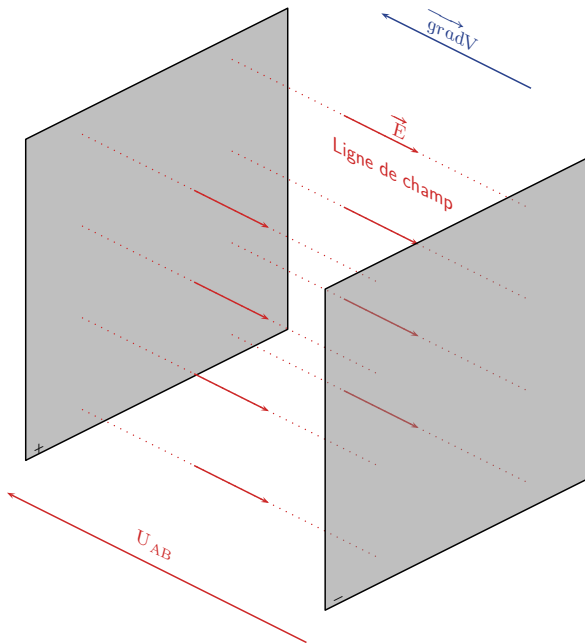
Propriétés de symétrie

Invariances

Choix d'un système de coordonnées

Théorème de Gauss

Dipôle électrostatique



Champ électrostatique

Définition

Cas d'une charge ponctuelle

Équations locales

Énergie potentielle d'une charge

Lignes de champ

Définition

Exemple

Exemple

Exemple

Exemple

Propriété

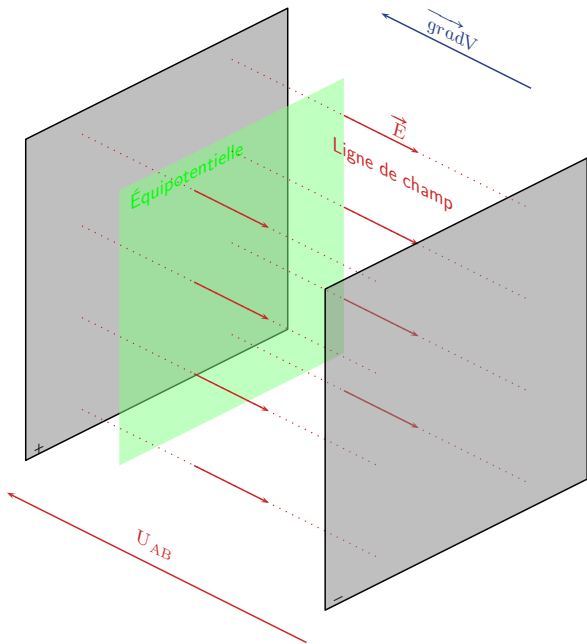
Propriétés de symétrie

Invariances

Choix d'un système de coordonnées

Théorème de Gauss

Dipôle électrostatique



Champ
électrostatique

Définition

Cas d'une charge ponctuelle

Équations locales

Énergie potentielle d'une charge

Lignes de champ

Définition

Exemple

Exemple

Exemple

Exemple

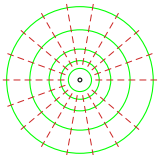
Propriété

Propriétés de symétrie

Invariances

Choix d'un système de coordonnées

Théorème de Gauss

Dipôle
électrostatique

Lignes de champ électrique

Les lignes de champ sont orthogonales aux équipotentiels, orientées dans le sens des potentiels décroissants.

Topographie

Les lignes de champ électrique sont nécessairement ouvertes

Principe de Curie

Les conséquences ont au moins les symétries de la cause ;

- **Cause** : distribution des charges aux points $P \in$ distribution
- **Conséquence** : Force électrostatique exercée sur une charge test placée en M

Champ symétrique

Comme le champ $\vec{E}$ et la force électrostatique $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$ sont colinéaires, le champ électrique créé par une distribution de charges aura donc les mêmes symétries que la distribution.

Champ électrostatique

Définition

Cas d'une charge ponctuelle

Équations locales

Énergie potentielle d'une charge

Lignes de champ

Propriétés de symétrie

Plans de Symétrie

Conséquences

Invariances

Choix d'un système de coordonnées

Théorème de Gauss

Dipôle électrostatique

Champ électrostatique

Définition

Cas d'une charge ponctuelle

Équations locales

Énergie potentielle d'une charge

Lignes de champ

Propriétés de symétrie

Plans de Symétrie

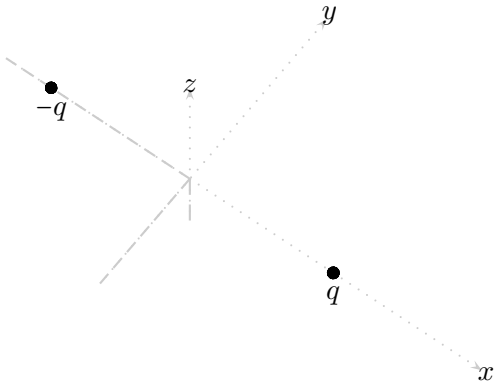
Conséquences

Invariances

Choix d'un système de coordonnées

Théorème de Gauss

Dipôle électrostatique



Champ électrostatique

Définition

Cas d'une charge ponctuelle

Équations locales

Énergie potentielle d'une charge

Lignes de champ

Propriétés de symétrie

Plans de Symétrie

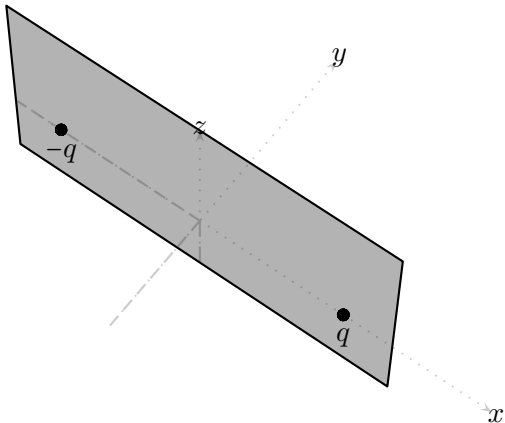
Conséquences

Invariances

Choix d'un système de coordonnées

Théorème de Gauss

Dipôle électrostatique



Champ électrostatique

Définition

Cas d'une charge ponctuelle

Équations locales

Énergie potentielle d'une charge

Lignes de champ

Propriétés de symétrie

Plans de Symétrie

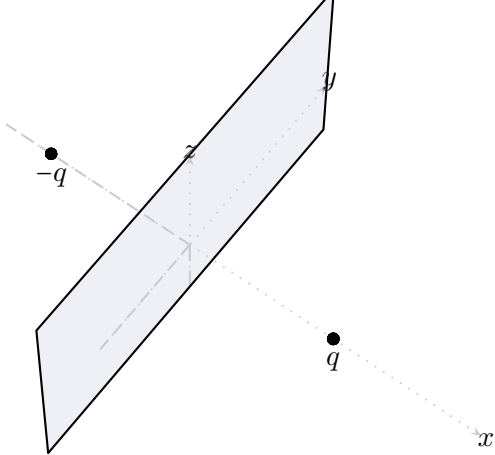
Conséquences

Invariances

Choix d'un système de coordonnées

Théorème de Gauss

Dipôle électrostatique



Champ électrostatique

Définition

Cas d'une charge ponctuelle

Équations locales

Énergie potentielle d'une charge

Lignes de champ

Propriétés de symétrie

Plans de Symétrie

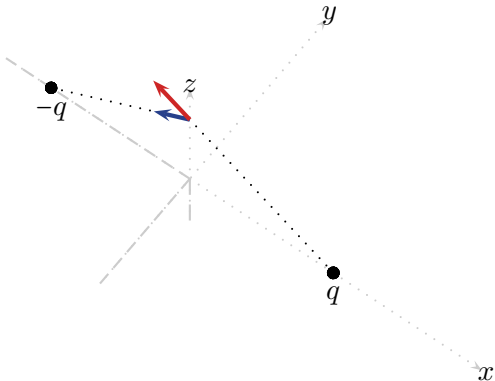
Conséquences

Invariances

Choix d'un système de coordonnées

Théorème de Gauss

Dipôle électrostatique



Champ électrostatique

Définition

Cas d'une charge ponctuelle

Équations locales

Énergie potentielle d'une charge

Lignes de champ

Propriétés de symétrie

Plans de Symétrie

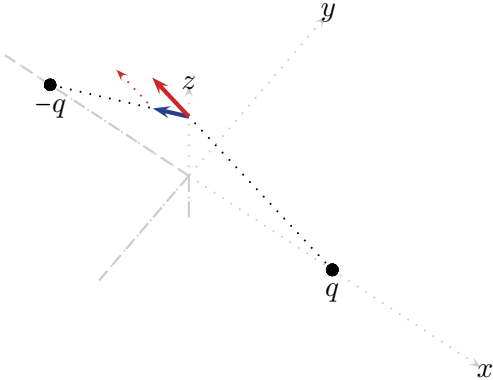
Conséquences

Invariances

Choix d'un système de coordonnées

Théorème de Gauss

Dipôle électrostatique



Champ électrostatique

Définition

Cas d'une charge ponctuelle

Équations locales

Énergie potentielle d'une charge

Lignes de champ

Propriétés de symétrie

Plans de Symétrie

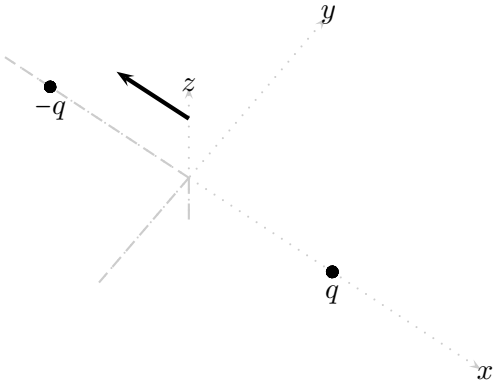
Conséquences

Invariances

Choix d'un système de coordonnées

Théorème de Gauss

Dipôle électrostatique



Champ
électrostatique

Définition

Cas d'une charge ponctuelle

Équations locales

Énergie potentielle d'une charge

Lignes de champ

Propriétés de symétrie

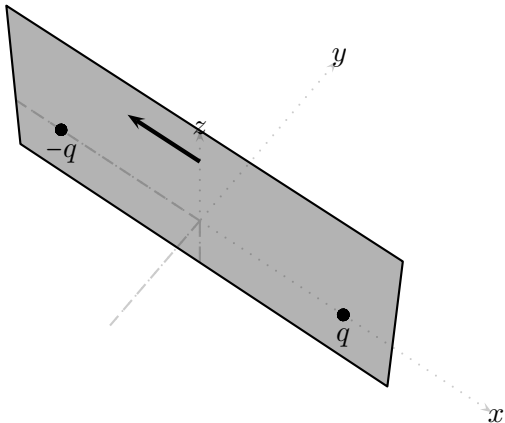
Plans de Symétrie

Conséquences

Invariances

Choix d'un système de coordonnées

Théorème de Gauss

Dipôle
électrostatique

Propriétés de symétries

- Si $M \in \Pi_{sym}$, alors $\vec{E}(M) \in \Pi_{sym}$

Champ
électrostatique

Définition

Cas d'une charge ponctuelle

Équations locales

Énergie potentielle d'une charge

Lignes de champ

Propriétés de symétrie

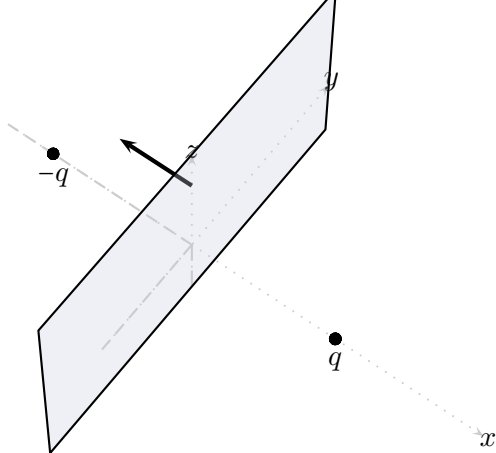
Plans de Symétrie

Conséquences

Invariances

Choix d'un système de coordonnées

Théorème de Gauss

Dipôle
électrostatique

Propriétés de symétries

- Si $M \in \Pi_{sym}$, alors $\vec{E}(M) \in \Pi_{sym}$
- Si $M \in \Pi_{anti-sym}$, alors $\vec{E}(M) \perp \Pi_{anti-sym}$

Champ électrostatique

Définition

Cas d'une charge ponctuelle

Équations locales

Énergie potentielle d'une charge

Lignes de champ

Propriétés de symétrie

Plans de Symétrie

Conséquences

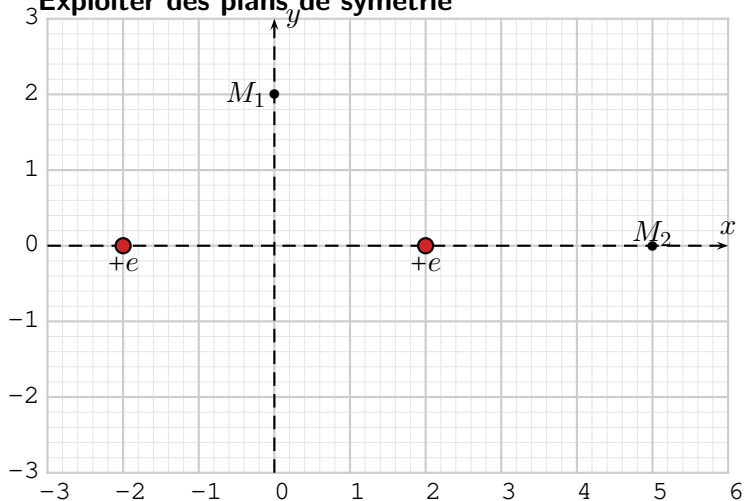
Invariances

Choix d'un système de coordonnées

Théorème de Gauss

Dipôle électrostatique

Exploiter des plans de symétrie



Champ électrostatique

Définition

Cas d'une charge ponctuelle

Équations locales

Énergie potentielle d'une charge

Lignes de champ

Propriétés de symétrie

Plans de Symétrie

Conséquences

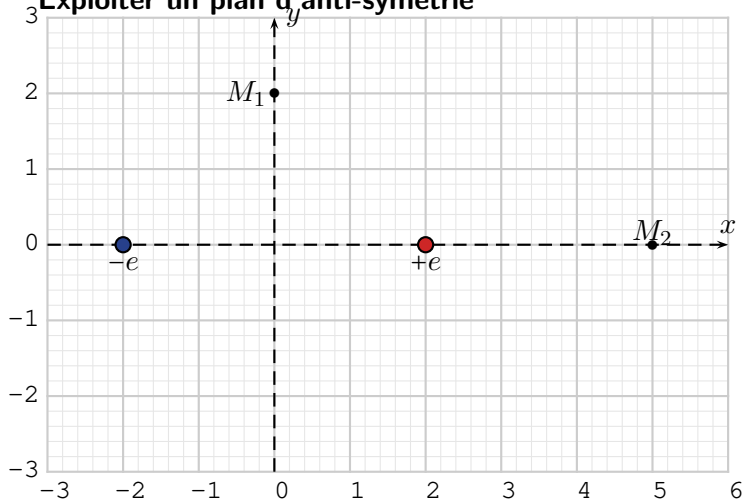
Invariances

Choix d'un système de coordonnées

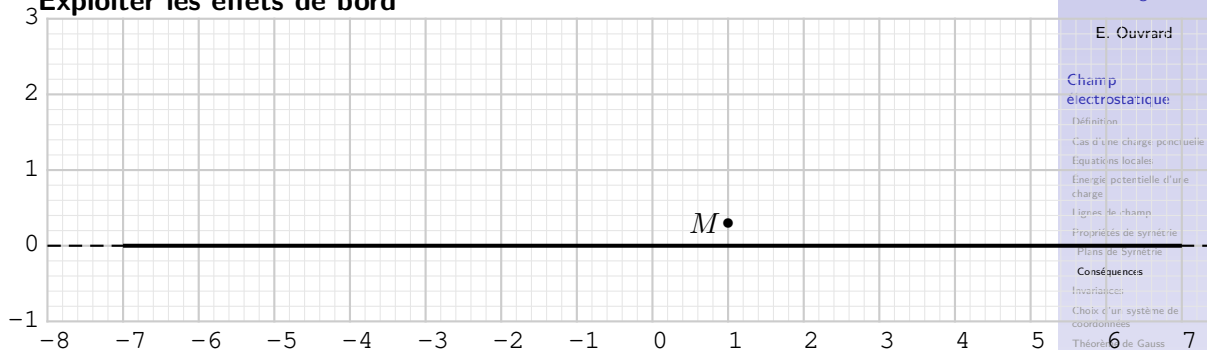
Théorème de Gauss

Dipôle électrostatique

Exploiter un plan d'anti-symétrie



Exploiter les effets de bord



E. Ouvrard

Chap
électrostatique

Définition

Cas d'une charge ponctuelle

Equations locales

Énergie potentielle d'une charge

Lignes de champ

Propriétés de symétrie

Plans de symétrie

Conséquences

Invariances

Choix d'un système de coordonnées

Théorème de Gauss

Dipôle
électrostatique

Chapitre
Chapitre
électrostatique

Définition

Cas d'une charge ponctuelle

Équations locales

Énergie potentielle d'une charge

Lignes de champ

Propriétés de symétrie

Invariances

Choix d'un système de coordonnées

Théorème de Gauss

Dipôle
électrostatique

Invariance par translation

Si la distribution est invariante pour un observateur par translation colinéairement à une direction $\vec{u}$, l'intensité du champ électrique sera indépendante de la coordonnée $\overrightarrow{OM} \cdot \vec{u}$

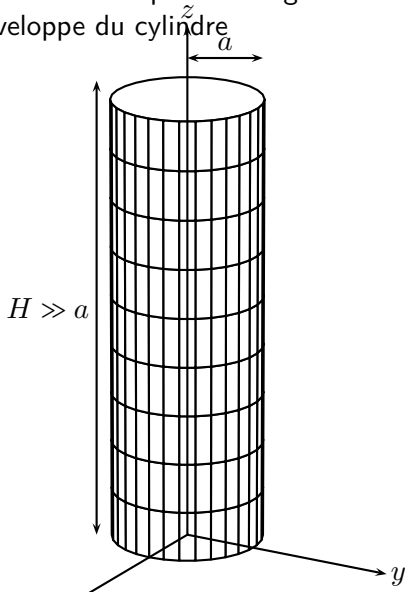
Invariance par rotation

Si la distribution est invariante pour un observateur par rotation par rapport à un axe Δ d'un angle θ , l'intensité du champ électrique sera indépendante de la coordonnée θ

Il sera important de choisir un système de coordonnées en fonction des invariances de la distribution.

Cylindre "infini"

Densités volumique de charges à l'intérieur du cylindre ou surfacique sur l'enveloppe du cylindre



Champ électrostatique

Définition

Cas d'une charge ponctuelle

Équations locales

Énergie potentielle d'une charge

Lignes de champ

Propriétés de symétrie

Invariances

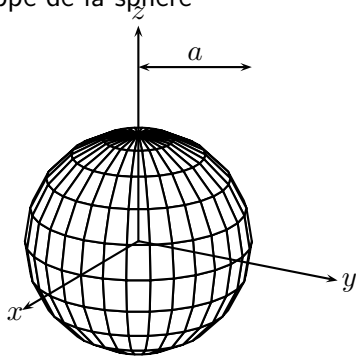
Choix d'un système de coordonnées

Théorème de Gauss

Dipôle électrostatique

Boule ou sphère

Densités volumique de charges à l'intérieur de la boule ou surfacique sur l'enveloppe de la sphère



Champ électrostatique

Définition

Cas d'une charge ponctuelle

Équations locales

Énergie potentielle d'une charge

Lignes de champ

Propriétés de symétrie

Invariances

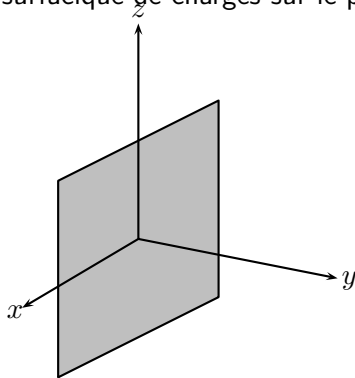
Choix d'un système de coordonnées

Théorème de Gauss

Dipôle électrostatique

Plan "infini"

Densité surfacique de charges sur le plan $x = 0$



Champ électrostatique

Définition

Cas d'une charge ponctuelle

Équations locales

Énergie potentielle d'une charge

Lignes de champ

Propriétés de symétrie

Invariances

Choix d'un système de coordonnées

Théorème de Gauss

Dipôle électrostatique

Chap
électrostatique

Définition

Cas d'une charge ponctuelle

Équations locales

Énergie potentielle d'une charge

Lignes de champ

Propriétés de symétrie

Invariances

Choix d'un système de coordonnées

Théorème de Gauss

Énoncé

Application

Dipôle
électrostatique

- Forme intégrale de $\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$:

- Avec le théorème de Green-Ostrogradski :

Théorème de Gauss

Le flux sortant de $\vec{E}$ à travers une surface fermée S enfermant une charge Q_{int} est tel que



$$\Phi_E = \iint_{P \in S} \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS_P} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

Chap
électrostatique

Définition

Cas d'une charge ponctuelle

Équations locales

Énergie potentielle d'une charge

Lignes de champ

Propriétés de symétrie

Invariances

Choix d'un système de coordonnées

Théorème de Gauss

Énoncé

Application

Dipôle
électrostatique

- Forme intégrale de $\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$:

$$\iiint_{M \in V} \operatorname{div} \vec{E}(M) \cdot d\tau_M = \iiint_{M \in V} \frac{\rho(M)}{\epsilon_0} \cdot d\tau_M$$

- Avec le théorème de Green-Ostrogradski :

$$\Phi_E = \iint_{P \in S} \operatorname{div} \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS}_P = \iiint_{M \in V} \frac{\rho(M)}{\epsilon_0} \cdot d\tau_M$$

Théorème de Gauss

Le flux sortant de $\vec{E}$ à travers une surface fermée S enfermant une charge Q_{int} est tel que



$$\Phi_E = \iint_{P \in S} \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS}_P = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

Chap
électrostatique

Définition

Cas d'une charge ponctuelle

Équations locales

Énergie potentielle d'une charge

Lignes de champ

Propriétés de symétrie

Invariances

Choix d'un système de coordonnées

Théorème de Gauss

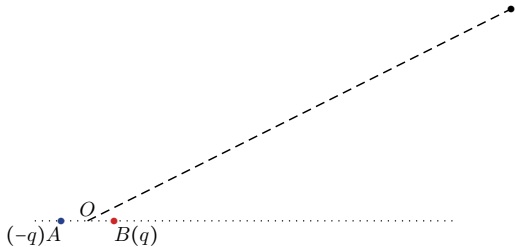
Énoncé

Application

Dipôle
électrostatique

Déterminer le champ créé en M avec le théorème de Gauss :

- La distribution doit avoir les symétries et invariances suffisantes
- Le choix de la surface de Gauss se fait en fonction des symétries de la distribution. Elle doit contenir le point M
- Calculer le flux de $\vec{E}$ à travers la surface fermée choisie
- Repérer et calculer la charge à l'intérieur de cette surface.



Dipôle et Approximation dipolaire

Deux charges opposées $-q$ et A et q en B constituent un dipôle électrostatique dont le moment dipolaire, exprimé en Debye, est



$$\vec{p} = q \cdot \overrightarrow{AB}$$

On se placera dans l'approximation dipolaire $OM \gg AB$

- Principe de superposition :
- Dans l'approximation dipolaire :

$$AM^2 =$$

$$\longrightarrow \frac{1}{AM} =$$

- De même

- Principe de superposition : $V(M) = \frac{-q}{4.\pi.\epsilon_0.AM} + \frac{q}{4.\pi.\epsilon_0.BM}$

- Dans l'approximation dipolaire :

$$AM^2 =$$

$$\longrightarrow \frac{1}{AM} =$$

- De même

- Principe de superposition : $V(M) = \frac{-q}{4.\pi.\epsilon_0.AM} + \frac{q}{4.\pi.\epsilon_0.BM}$

- Dans l'approximation dipolaire :

$$AM^2 = AO^2 + OM^2 + 2.\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OM}$$

$$\frac{a^2}{4} + r^2 + r.a.\cos\theta$$

$$r^2 \cdot \left(1 + \frac{a}{r} \cdot \cos\theta\right) \quad \longrightarrow \quad \frac{1}{AM} =$$

- De même

- Principe de superposition : $V(M) = \frac{-q}{4.\pi.\epsilon_0.AM} + \frac{q}{4.\pi.\epsilon_0.BM}$

- Dans l'approximation dipolaire :

$$AM^2 = AO^2 + OM^2 + 2.\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OM}$$

$$\frac{a^2}{4} + r^2 + r.a.\cos\theta$$

$$r^2 \cdot \left(1 + \frac{a}{r} \cdot \cos\theta\right)$$

$$\longrightarrow \frac{1}{AM} = \frac{1}{r} \cdot \left(1 - \frac{a}{2.r} \cdot \cos\theta\right)$$

- De même

- Principe de superposition : $V(M) = \frac{-q}{4.\pi.\epsilon_0.AM} + \frac{q}{4.\pi.\epsilon_0.BM}$

- Dans l'approximation dipolaire :

$$AM^2 = AO^2 + OM^2 + 2.\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OM}$$

$$\frac{a^2}{4} + r^2 + r.a.\cos\theta$$

$$r^2 \cdot \left(1 + \frac{a}{r} \cdot \cos\theta\right)$$

$$\longrightarrow \frac{1}{AM} = \frac{1}{r} \cdot \left(1 - \frac{a}{2.r} \cdot \cos\theta\right)$$

- De même $\frac{1}{BM} = \frac{1}{r} \cdot \left(1 + \frac{a}{2.r} \cdot \cos\theta\right)$

- Principe de superposition : $V(M) = \frac{-q}{4.\pi.\epsilon_0.AM} + \frac{q}{4.\pi.\epsilon_0.BM}$

- Dans l'approximation dipolaire :

$$AM^2 = AO^2 + OM^2 + 2.\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OM}$$

$$\frac{a^2}{4} + r^2 + r.a.\cos\theta$$

$$r^2 \cdot \left(1 + \frac{a}{r} \cdot \cos\theta\right) \quad \rightarrow \quad \frac{1}{AM} = \frac{1}{r} \cdot \left(1 - \frac{a}{2.r} \cdot \cos\theta\right)$$

- De même $\frac{1}{BM} = \frac{1}{r} \cdot \left(1 + \frac{a}{2.r} \cdot \cos\theta\right)$

Potentiel créé par un dipôle

Dans l'approximation dipolaire, le potentiel créé en $M(r, \theta, \varphi)$ par un dipôle placé en O a pour expression :



$$V(M) = \frac{p.\cos\theta}{4.\pi.\epsilon_0.r^2}$$

- Relation champ-potentiel :

- Relation champ-potentiel : $\vec{E}(M) = -\overrightarrow{\text{grad}}V(M)$

- $\overrightarrow{\text{grad}}A(r, \theta) = \frac{\partial A}{\partial r} \cdot \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial \theta} \cdot \vec{e}_\theta$

Pour le potentiel :

$$\frac{\partial A}{\partial r} =$$

$$\frac{\partial A}{\partial \theta} =$$

- Relation champ-potentiel : $\vec{E}(M) = -\vec{\text{grad}}V(M)$

- $\vec{\text{grad}}A(r, \theta) = \frac{\partial A}{\partial r} \cdot \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial \theta} \cdot \vec{e}_\theta$

Pour le potentiel :

$$\frac{\partial A}{\partial r} = -\frac{2.p.\cos\theta}{4.\pi.\epsilon_0.r^3}$$

$$\frac{\partial A}{\partial \theta} = -\frac{p.\sin\theta}{4.\pi.\epsilon_0.r^2}$$

- Relation champ-potentiel : $\vec{E}(M) = -\overrightarrow{grad}V(M)$
- $\overrightarrow{grad}A(r, \theta) = \frac{\partial A}{\partial r} \cdot \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial \theta} \cdot \vec{e}_\theta$

Pour le potentiel :

$$\frac{\partial A}{\partial r} = -\frac{2.p.\cos\theta}{4.\pi.\epsilon_0.r^3}$$

$$\frac{\partial A}{\partial \theta} = -\frac{p \cdot \sin \theta}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r^2}$$

Champ électrique crée par un dipôle

On déduit de l'expression du potentiel dans l'approximation dipolaire :

$$\vec{E}(M) = \frac{p \cdot \cos \theta}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r^3} \cdot (2 \cdot \cos \theta \cdot \vec{e}_r + \sin \theta \cdot \vec{e}_\theta)$$

Domaine d'étude

Potentiel créé par un dipôle

Champ électrique

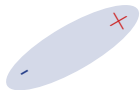
Topographie

Action d'un champ sur un
dipôle

Liaisons de Van de Waals

$\vec{E}_{ext}$

Position initiale du dipôle



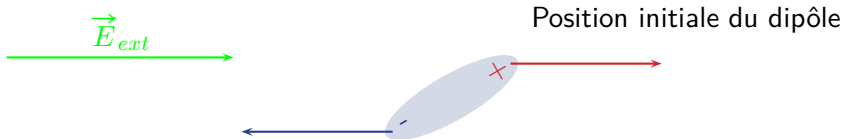
Action d'un champ extérieur uniforme sur un dipôle

On considère un champ extérieur uniforme dans la zone du dipôle. Pour le dipôle placé en M , on aura :

Moment : $\vec{\Gamma} = \vec{p} \wedge \vec{E}_{ext}$

Résultante : $\vec{F} = \vec{0}$

Énergie potentielle : $E_p = -\vec{p} \cdot \vec{E}_{ext}$



Action d'un champ extérieur uniforme sur un dipôle

On considère un champ extérieur uniforme dans la zone du dipôle. Pour le dipôle placé en M , on aura :

Moment : $\vec{\Gamma} = \vec{p} \wedge \vec{E}_{ext}$

Résultante : $\vec{F} = \vec{0}$

Énergie potentielle : $E_p = -\vec{p} \cdot \vec{E}_{ext}$

Position à l'équilibre du dipôle



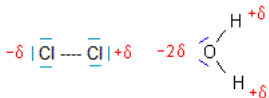
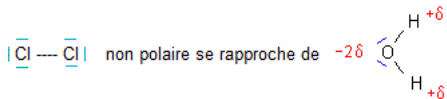
Action d'un champ extérieur uniforme sur un dipôle

On considère un champ extérieur uniforme dans la zone du dipôle. Pour le dipôle placé en M , on aura :

Moment : $\vec{\Gamma} = \vec{p} \wedge \vec{E}_{ext}$

Résultante : $\vec{F} = \vec{0}$

Énergie potentielle : $E_p = -\vec{p} \cdot \vec{E}_{ext}$



Dipôle induit

Polarisabilité

Sous l'action d'un champ électrique $\vec{E}_{ext}$, des atome ou molécule non polaires acquièrent un moment dipolaire $\vec{p}$. On définit la polarisabilité α de l'atome ou de la molécule telle que



$$\vec{p} = \epsilon_0 \cdot \alpha \cdot \vec{E}_{ext}$$

Solvatation

