Mécanique des fluides

PC Lycée Dupuy de Lôme

Échelle microscopique

Telle que le l'on puisse discerner les molécules. Cela correspond à des grandeurs de l'ordre du nm

Libre parcours moyen

Distance moyenne parcourue par une molécule entre deux chocs

Mouvement Brownien

Mouvement désordonné des particules

À l'échelle microscopique, il n'est pas possible d'étudier le mouvement des molécules, beaucoup trop désordonné.

Échelle mésoscopique

Telle que le libre parcours moyen soit une grandeur très petite et les dimensions du système étudié très grandes. Cela correspond à des grandeurs de l'ordre du μm

A cette échelle, $\left\langle \overrightarrow{v}_{agitation} \right\rangle = \overrightarrow{0}$

$$\mu = \frac{dm}{d\tau}, \text{ exprimée en } kg.m^{-3}$$

Particule de fluide

Volume de fluide de dimensions mésoscopiques, centré en un point P caractérisé par sa masse volumique $\mu(P)$

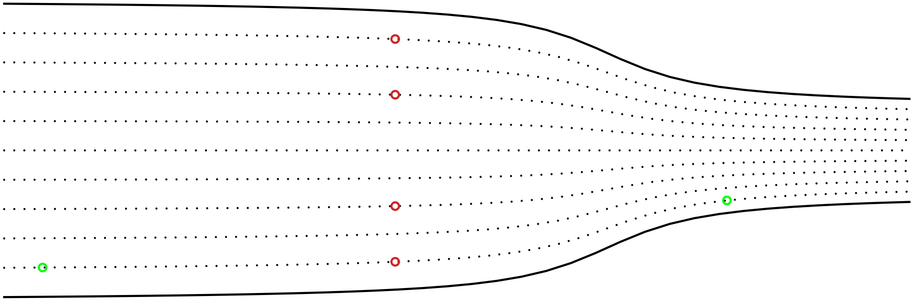
C'est l'étude cinématique de ces particules de fluide qui va maintenant nous intéresser.

Description Lagrengienne

On suit une particule de fluide tout au long de son mouvement. On décrit l'évolution de la vitesse de la particule de fluide au cours du temps. C'est l'approche classique en mécanique

Description Eulérienne

On observe un point M fixé de l'espace. On décrit alors l'évolution de la vitesse d'écoulement du fluide en ce point au cours du temps



○ : Approche Eulérienne ○ : Approche Lagrangienne

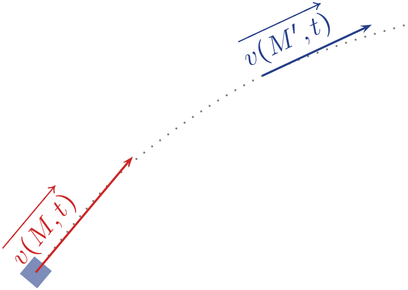
Champs scalaire et vectoriel

En mécanique des fluides, on utilisera l'approche Eulérienne pour exprimer les différentes grandeurs en un point M fixe dans le référentiel $\mathcal{R}$ à l'instant t

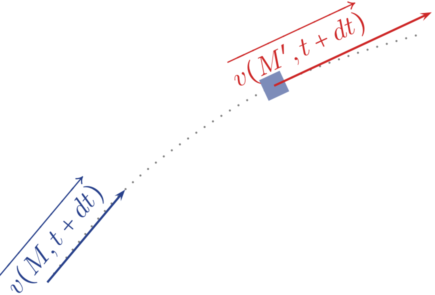
- La description utilisée du champ des vitesses $\overrightarrow{v}(M,t)$ est la description Eulérienne.
- Un bilan dynamique devra se faire sur un système fermé : une particule de fluide.
- $\overrightarrow{a}(particule) \neq \dfrac{\partial \overrightarrow{v}}{\partial t}$

On va rechercher l'expression d'un opérateur nommé dérivée particulaire $\dfrac{D}{Dt}$ tel que

$$\overrightarrow{a}(particule) = \frac{D\overrightarrow{v}}{Dt}$$



Démonstration : demoMF2-1



Démonstration : demoMF2-1

Accélération particulaire

Pour une particule de fluide en un point M à l'instant t et si $\overrightarrow{v}(M,t)$ est le champ Eulérien des vitesses,

$$\overrightarrow{a}_{particule}(M,t) = \frac{\partial \overrightarrow{v}(M,t)}{\partial t} + \left(\overrightarrow{v}(M,t) \cdot \overrightarrow{grad}\right)\overrightarrow{v}(M,t)$$

Sens physique

On peut séparer cette expression en deux termes :

- L'accélération locale $\overrightarrow{a}_{loc} = \dfrac{\partial \overrightarrow{v}(M,t)}{\partial t}$ qui correspond à la variation de vitesse en un point M de l'écoulement.
- L'accélération convective $\overrightarrow{a}_{conv} = \left(\overrightarrow{v}(M,t) \cdot \overrightarrow{grad}\right)\overrightarrow{v}(M,t)$ due à l'évolution des lignes de courant pour l'écoulement

Débit volumique et massique

Le débit volumique correspond à un flux de volume à travers une section S. On le note D_vLe débit massique correspond à un flux de masse à travers une section S. On le note D_m
On définit des densités de courant volumique $\overrightarrow{j_v}$ et massique $\overrightarrow{j_m}$ tels que

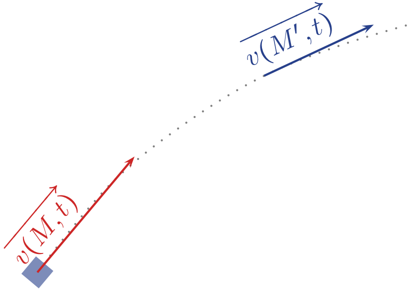
$$D_v = \iint_s \overrightarrow{j_v} \cdot \overrightarrow{dS} \ \texttt{et} \ D_m = \iint_s \overrightarrow{j_m} \cdot \overrightarrow{dS}$$

Densité de courant volumique et massique

-

$$\overrightarrow{j_v} = \overrightarrow{v} \ \texttt{et} \ \overrightarrow{j_m} = \mu.\overrightarrow{v}$$

La recherche de ces expressions est analogue à la mise en place des expressions de densités de flux de particule par exemple.

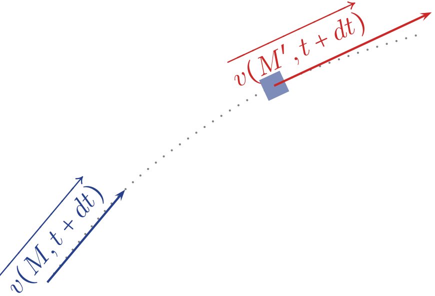


Démonstration : demoMF2-2

Dérivée particulaire de la masse volumique

Pour une particule de fluide en un point M à l'instant t et si $\mu(M,t)$ est le champ Eulérien de la masse volumique,

$$\frac{D\mu}{dt} = \frac{\partial \mu(M,t)}{\partial t} + \left(\vec{v}(M,t) \cdot \overrightarrow{grad}\right) \mu(M,t)$$



Démonstration : demoMF2-2

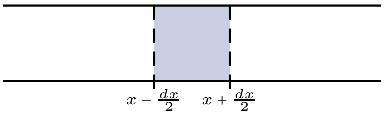
Dérivée particulaire de la masse volumique

Pour une particule de fluide en un point M à l'instant t et si $\mu(M,t)$ est le champ Eulérien de la masse volumique,

$$\frac{D\mu}{dt} = \frac{\partial \mu(M,t)}{\partial t} + \left(\overrightarrow{v}(M,t) \cdot \overrightarrow{grad}\right) \mu(M,t)$$

Bilan sur une tranche dx de fluide et un écoulement unidimensionnel où $\overrightarrow{v}(M,t) = v(x,t).\overrightarrow{e_x}$ et $\mu(M,t) = \mu(x,t)$

En effectuant un bilan local de masse sur une tranche dx de fluide, trouver une relation entre μ et $\overrightarrow{v}$



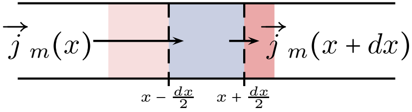
Conservation de la masse

Pour un écoulement quelconque, le principe de conservation de la masse se traduit par

$$\frac{D\mu}{Dt} + \mu.div\overrightarrow{v} = 0$$

Bilan sur une tranche dx de fluide et un écoulement unidimensionnel où $\overrightarrow{v}(M,t) = v(x,t).\overrightarrow{e_x}$ et $\mu(M,t) = \mu(x,t)$

En effectuant un bilan local de masse sur une tranche dx de fluide, trouver une relation entre μ et $\overrightarrow{v}$



Conservation de la masse

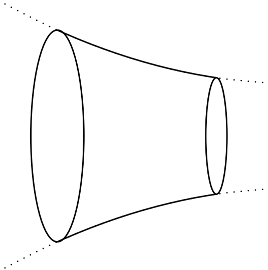
Pour un écoulement quelconque, le principe de conservation de la masse se traduit par

$$\frac{D\mu}{Dt} + \mu.div\overrightarrow{v} = 0$$

Cas de l'écoulement incompressible

Un écoulement est dit incompressible si une particule de fluide voit sa masse volumique constante au cours de l'écoulement, alors

$$\left(\frac{d\mu_{particule}}{dt}\right)_{ec.\ incomp.} = 0 \implies div\,\overrightarrow{v} = 0$$



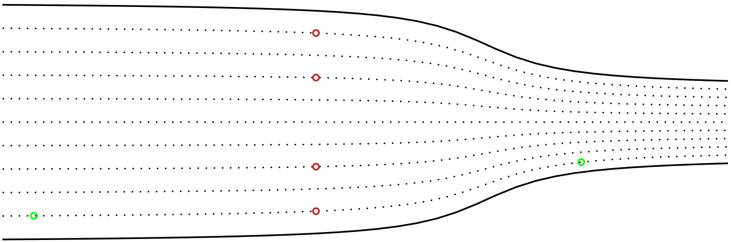
Forme intégrale :

Conservation du débit volumique

Le débit volumique est conservé à travers toute section d'un tube de courant

Écoulement stationnaire

Il s'agit d'un écoulement pour lequel tous les champs Eulériens sont indépendants du temps



L'accélération particulaire peut être non nulle dans un écoulement stationnaire

Écoulement irrotationnel

Un écoulement est dit irrotationnel si une particule de fluide ne subit pas de rotation au cours de son écoulement. D'un point de vue du champ Eulérien des vitesses, on doit vérifier

$$\overrightarrow{rot}\,\overrightarrow{v} = \overrightarrow{0}$$

Potentiel des vitesses

Pour un écoulement irrotationnel, on peut définir un potentiel des vitesse φ tel que

$$\overrightarrow{v} = \overrightarrow{grad}\varphi$$

Application : Montrer que l'écoulement caractérisé par $\overrightarrow{v} = r.\omega.\overrightarrow{e_\theta}$ est rotationnel.