Physique des ondes

Ondes électromagnétiques dans le vide

PC Lycée Dupuy de Lôme

Le vide correspondra à l'absence de charges et de courants

$$\overrightarrow{j} = \overrightarrow{0} \qquad\qquad \rho = 0$$

On assimilera l'air au vide

Les équation de Maxwell dans le vide s'écrivent donc :

$$\begin{cases} \textbf{(1)-Maxwell-Faraday :}\ \overrightarrow{rot}\,\overrightarrow{E} = -\dfrac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t} \\ \textbf{(2)-Maxwell-Gauss :}\ div\,\overrightarrow{E} = 0 \\ \textbf{(3)-Maxwell-Ampère :}\ \overrightarrow{rot}\,\overrightarrow{B} = \mu_0\epsilon_0 \dfrac{\partial \overrightarrow{E}}{\partial t} \\ \textbf{(4)-Maxwell-}\Phi\ \textbf{:}\ div\,\overrightarrow{B} = 0 \end{cases}$$

Equation de propagation

Dans le vide, en notant $c = \dfrac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$, le champ magnétique $\overrightarrow{B}$ associé à une onde vérifie l'équation d'Alembert tridimensionnelle

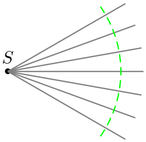
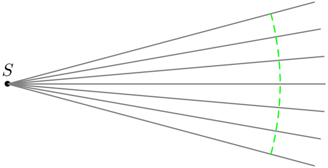
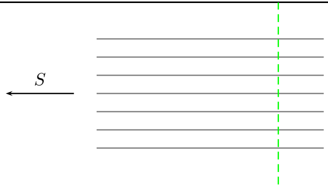
$$\Delta \overrightarrow{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \overrightarrow{B}}{\partial t^2} = \overrightarrow{0}$$

On obtient de même pour le champ $\overrightarrow{E}$ l'équation

$$\overrightarrow{\Delta} \overrightarrow{E} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \overrightarrow{E}}{\partial t^2} = \overrightarrow{0}$$

Surface d'onde

C'est une surface où la perturbation caractéristique de l'onde est identique en tout point, à un instant t
Le vecteur d'onde est orthogonal aux surfaces d'onde

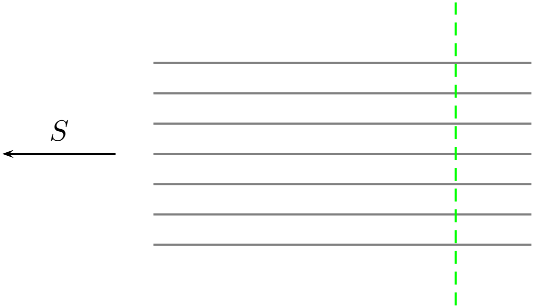
Source proche	Source éloignée	Source à l'infini
		
Onde sphérique		Onde plane

Onde plane

Lorsque la surface d'onde est un plan, l'onde est alors dite plane. On a alors

$$\overrightarrow{k}(M) = k.\overrightarrow{u}$$

La direction de propagation $\overrightarrow{u}$ est identique en tout point M de l'espace.



OPPH

Pour une direction de propagation $\overrightarrow{u}$ on définit le vecteur d'onde $\overrightarrow{k} = k\overrightarrow{u}$ associé à l'onde de pulsation ω telle que en tout point M défini par $\overrightarrow{r} = \overrightarrow{OM}$:

$$\overrightarrow{E}(M) = \overrightarrow{E_0} cos(\omega t - \overrightarrow{k} \cdot \overrightarrow{r})$$

$$\underline{\overrightarrow{E}} = \underline{\overrightarrow{E}}_0 e^{i(\omega t - \overrightarrow{k} \cdot \overrightarrow{r})}$$

Hypothèse : OPPH dans le vide

- On étudie ne OPPH telle que $\overrightarrow{k} = k.\overrightarrow{e_x}$
- L'expression générale du champ électrique est alors :

$$\overrightarrow{E} = \left[\underline{E}_{0x}.\overrightarrow{e_x} + \underline{E}_{0y}.\overrightarrow{e_y} + \underline{E}_{0z}.\overrightarrow{e_z}\right].e^{i.(\omega t - k.x)}$$

- Dans le vide, $div\overrightarrow{E} = 0$
- Or ici $div\overrightarrow{E} =$
- Donc $\underline{E}_{0x}$
- soit $\overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{k}$

Hypothèse : OPPH dans le vide

- On étudie ne OPPH telle que $\overrightarrow{k} = k.\overrightarrow{e_x}$
- L'expression générale du champ électrique est alors :

$$\overrightarrow{E} = \left[\underline{E}_{0x}.\overrightarrow{e_x} + \underline{E}_{0y}.\overrightarrow{e_y} + \underline{E}_{0z}.\overrightarrow{e_z}\right].e^{i.(\omega t - k.x)}$$

- Dans le vide, $div\overrightarrow{E} = 0$
- Or ici $div\overrightarrow{E} = \underline{E}_{0x}.\left(-k.\right).e^{i.(\omega t - k.x)}$
- Donc $\underline{E}_{0x}$
- soit $\overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{k}$

Hypothèse : OPPH dans le vide

- On étudie ne OPPH telle que $\overrightarrow{k} = k.\overrightarrow{e_x}$
- L'expression générale du champ électrique est alors :

$$\overrightarrow{E} = \left[\underline{E}_{0x}.\overrightarrow{e_x} + \underline{E}_{0y}.\overrightarrow{e_y} + \underline{E}_{0z}.\overrightarrow{e_z}\right].e^{i.(\omega t - k.x)}$$

- Dans le vide, $div\,\overrightarrow{E} = 0$
- Or ici $div\,\overrightarrow{E} = \underline{E}_{0x}.\left(-k.\right).e^{i.(\omega t - k.x)}$
- Donc $\underline{E}_{0x} = 0$
- soit $\overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{k}$

Hypothèse : OPPH dans le vide

- On étudie ne OPPH telle que $\overrightarrow{k} = k.\overrightarrow{e_x}$
- L'expression générale du champ électrique est alors :

$$\overrightarrow{E} = \left[\underline{E}_{0x}.\overrightarrow{e_x} + \underline{E}_{0y}.\overrightarrow{e_y} + \underline{E}_{0z}.\overrightarrow{e_z}\right].e^{i.(\omega t - k.x)}$$

- Dans le vide, $div\overrightarrow{E} = 0$
- Or ici $div\overrightarrow{E} = \underline{E}_{0x}.(-k.).e^{i.(\omega t - k.x)}$
- Donc $\underline{E}_{0x} = 0$
- soit $\overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{k} = 0$

Transversalité de l'OPPH dans le vide

Les champs électrique et magnétiques sont tous les deux transverses à la direction de propagation de l'onde pour une OPPH dans le vide. L'onde est alors dite transversale.

> Attention, il est possible d'avoir des ondes non transversales se propageant dans le vide.... ce ne seront pas alors des ondes planes.

Hypothèse : OPPH

On part de l'exemple $\overrightarrow{E} = E_0.e^{i(\omega t - k.x)}.\overrightarrow{e_y}$

- $\overrightarrow{rot}\,\overrightarrow{E} =$
- Donc $\dfrac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial \overrightarrow{t}} =$
- Soit $\overrightarrow{B} =$
- Or $\dfrac{\overrightarrow{k} \wedge \overrightarrow{E}}{\omega} =$

Relation de structure pour une OPPH

Les champs $\overrightarrow{E}$ et $\overrightarrow{B}$ associés à une OPPH sont orthogonaux. Si $\overrightarrow{k}$ le vecteur d'onde,

$$\overrightarrow{B} = \frac{\overrightarrow{k} \wedge \overrightarrow{E}}{\omega}$$

Hypothèse : OPPH

On part de l'exemple $\overrightarrow{E} = E_0.e^{i(\omega t - k.x)}.\overrightarrow{e_y}$

- $\overrightarrow{rot}\,\overrightarrow{E} = -i.k.E_0.e^{i(\omega t - k.x)}.\overrightarrow{e_z}$
- Donc $\dfrac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial \overrightarrow{t}} = i.k.E_0.e^{i(\omega t - k.x)}.\overrightarrow{e_z}$
- Soit $\overrightarrow{B} =$
- Or $\dfrac{\overrightarrow{k} \wedge \overrightarrow{E}}{\omega} =$

Relation de structure pour une OPPH

Les champs $\overrightarrow{E}$ et $\overrightarrow{B}$ associés à une OPPH sont orthogonaux. Si $\overrightarrow{k}$ le vecteur d'onde,

$$\overrightarrow{B} = \frac{\overrightarrow{k} \wedge \overrightarrow{E}}{\omega}$$

Hypothèse : OPPH

On part de l'exemple $\overrightarrow{E} = E_0.e^{i(\omega t - k.x)}.\overrightarrow{e_y}$

- $\overrightarrow{rot}\,\overrightarrow{E} = -i.k.E_0.e^{i(\omega t - k.x)}.\overrightarrow{e_z}$
- Donc $\dfrac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t} = i.k.E_0.e^{i(\omega t - k.x)}.\overrightarrow{e_z}$
- Soit $\overrightarrow{B} = \dfrac{k}{\omega}.E_0.e^{i(\omega t - k.x)}.\overrightarrow{e_z}$
- Or $\dfrac{\overrightarrow{k} \wedge \overrightarrow{E}}{\omega} =$

Relation de structure pour une OPPH

Les champs $\overrightarrow{E}$ et $\overrightarrow{B}$ associés à une OPPH sont orthogonaux. Si $\overrightarrow{k}$ le vecteur d'onde,

$$\overrightarrow{B} = \frac{\overrightarrow{k} \wedge \overrightarrow{E}}{\omega}$$

Hypothèse : OPPH

On part de l'exemple $\overrightarrow{E} = E_0.e^{i(\omega t - k.x)}.\overrightarrow{e_y}$

- $\overrightarrow{rot}\,\overrightarrow{E} = -i.k.E_0.e^{i(\omega t - k.x)}.\overrightarrow{e_z}$
- Donc $\dfrac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial \overrightarrow{t}} = i.k.E_0.e^{i(\omega t - k.x)}.\overrightarrow{e_z}$
- Soit $\overrightarrow{B} = \dfrac{k}{\omega}.E_0.e^{i(\omega t - k.x)}.\overrightarrow{e_z}$
- Or $\dfrac{\overrightarrow{k} \wedge \overrightarrow{E}}{\omega} = \dfrac{k}{\omega}.E_0.e^{i(\omega t - k.x)}.\overrightarrow{e_z}$

Relation de structure pour une OPPH

Les champs $\overrightarrow{E}$ et $\overrightarrow{B}$ associés à une OPPH sont orthogonaux. Si $\overrightarrow{k}$ le vecteur d'onde,

$$\overrightarrow{B} = \frac{\overrightarrow{k} \wedge \overrightarrow{E}}{\omega}$$

L'objectif est ici de déterminer la vitesse de propagation de l'énergie électromagnétique, v_{em}

On considère une OPPH $\overrightarrow{E} = E_0.cos\left(\omega t - k.x\right).\overrightarrow{e_z}$ et une section S dans le plan YOZ

On considère une durée $dt \gg T$ avec T la période de l'onde.

- Exprimer la valeur moyenne de la densité volumique d'énergie électromagnétique $\langle u_e m\rangle$
- Exprimer la valeur moyenne du vecteur de Poynting $\left\langle\overrightarrow{Pi}\right\rangle$
- Exprimer en fonction de $\langle u_e m\rangle$ et v_{em} la valeur moyenne de l'énergie traversant S pendant dt
- Exprimer en fonction de $\langle Pi\rangle$ la valeur moyenne de l'énergie traversant S pendant dt
- En déduire la vitesse de propagation de l'énergie

L'objectif est ici de déterminer la vitesse de propagation de l'énergie électromagnétique, v_{em}

On considère une OPPH $\overrightarrow{E} = E_0.cos\left(\omega t - k.x\right).\overrightarrow{e_z}$ et une section S dans le plan YOZ

On considère une durée $dt \gg T$ avec T la période de l'onde.

- Exprimer la valeur moyenne de la densité volumique d'énergie électromagnétique $\langle u_e m \rangle$
- Exprimer la valeur moyenne du vecteur de Poynting $\left\langle \overrightarrow{Pi} \right\rangle$
- Exprimer en fonction de $\langle u_e m \rangle$ et v_{em} la valeur moyenne de l'énergie traversant S pendant dt
- Exprimer en fonction de $\langle Pi \rangle$ la valeur moyenne de l'énergie traversant S pendant dt
- En déduire la vitesse de propagation de l'énergie

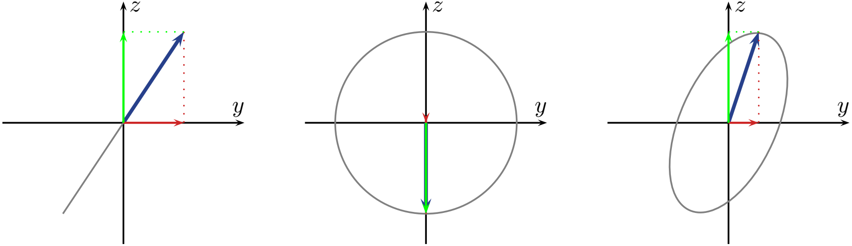
Vitesse de propagation de l'énergie

Pour une OPPH dans le vide, l'énergie se propage à la vitesse c.

Polarisation d'une OPPH

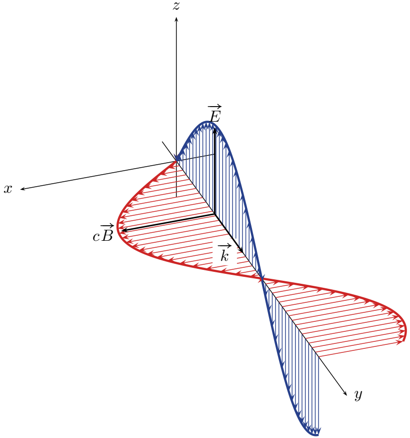
On observe la vibration du champ $\overrightarrow{E}(x,t)$ dans un **plan d'onde** $x = C^{te}$.
La trajectoire de l'extrémité du vecteur $\overrightarrow{E}$ dans ce plan caractérise la polarisation de l'onde

Exemple de polarisations pour une propagation selon l'axe Ox :



Polarisation rectiligne

Une OPPH est polarisée rectilignement si le champ $\overrightarrow{E}$ a la même direction en tout point de l'espace.

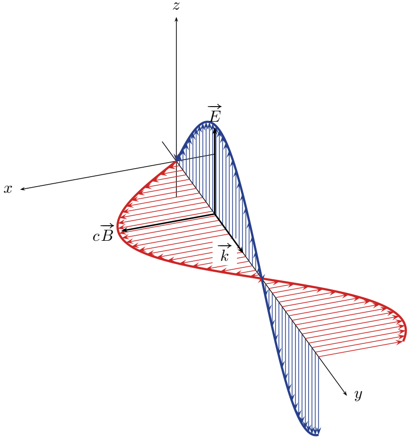


Dans l'exemple ci-dessus,

- L'onde se propage selon le sens
- L'onde est polarisée selon la direction

Polarisation rectiligne

Une OPPH est polarisée rectilignement si le champ $\overrightarrow{E}$ a la même direction en tout point de l'espace.



Dans l'exemple ci-dessus,

- L'onde se propage selon le sens $+\overrightarrow{e_y}$
- L'onde est polarisée selon la direction colinéaire à $\overrightarrow{e_z}$

sens de polarisation

Une onde sera polarisée droite si la rotation **dans un plan d'onde** se fait dans le sens horaire lorsqu'on la voit progresser vers nous, gauche sinon

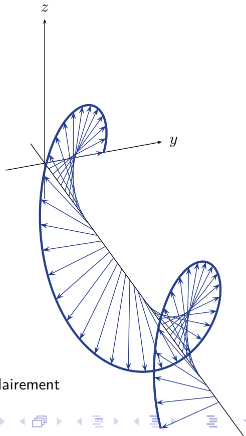
Polarisation elliptique

$$\overrightarrow{E}_{(\overrightarrow{e_x},\overrightarrow{e_y},\overrightarrow{e_z})} \left| \begin{array}{l} E_{0y}.cos\left(\omega t\right) \\ E_{0z}.cos\left(\omega t - \varphi\right) \end{array} \right.$$

Polarisation circulaire

✍

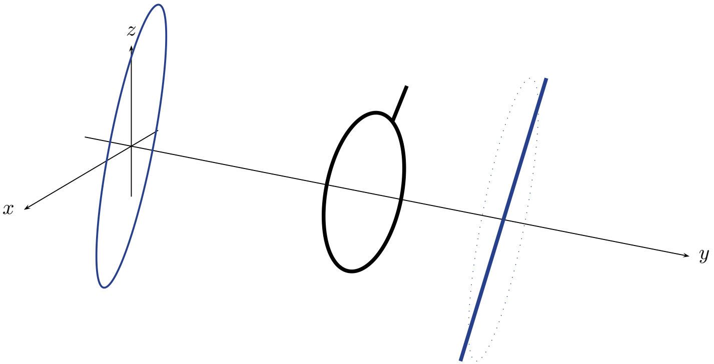
$$\overrightarrow{E}_{(\overrightarrow{e_x},\overrightarrow{e_y},\overrightarrow{e_z})} \left| \begin{array}{l} E_0.cos\left(\omega t\right) \\ \pm E_0.sin\left(\omega t\right) \end{array} \right.$$



Onde polarisée circulairement

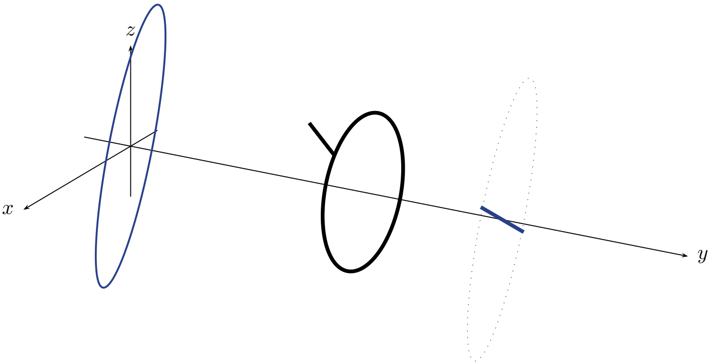
Définition

Un polariseur ou analyseur est un dispositif permettant de transformer une onde transversale non polarisée quelconque en une onde polarisée rectilignement



Définition

Un polariseur ou analyseur est un dispositif permettant de transformer une onde transversale non polarisée quelconque en une onde polarisée rectilignement



Les polariseur et analyseur sont identiques. Leur dénomination caractérise le rôle :

- Le polariseur permet de transformer une onde quelconque en une onde polarisée rectilignement
- L'analyseur permet d'étudier les caractéristiques de polarisation d'une onde

Loi de Malus

Si la direction privilégiée de l'analyseur fait un angle α avec la direction de polarisation d'une onde incidente rectiligne, l'intensité transmise vérifie la loi

$$I_t(\alpha) = I_{Max}.cos^2\alpha$$

Lame à retard de phase

Ces lames sont dites biréfringentes, on peut définir deux directions orthogonales, Oy et Oz, dans le plan de la face d'entrée de la lame. Alors

- Un vibration parallèle à Oy se propagera à une vitesse $\dfrac{c}{n_y}$. On affecte donc un indice n_y à cet axe
- Un vibration parallèle à Oz se propagera à une vitesse $\dfrac{c}{n_z}$. On affecte donc un indice n_z à cet axe

- Les axes Oy et Oz sont nommés lignes neutres de la lame.
- L'axe affecté de l'indice le plus élevé est nommé axe lent(L), l'autre axe rapide (R).

Animation

On considère une lame d'épaisseur e

$$\overrightarrow{E_i}\begin{cases}0\\ E_{0y}.e^{j(\omega t)}\\ E_{0z}.e^{j(\omega t-\varphi)}\end{cases}\xrightarrow[\text{Lame}]{}\overrightarrow{E_t}\begin{cases}0\\ E_{0y}.e^{j\left(\omega t-\frac{2.\pi.n_y.e}{\lambda_0}\right)}=E_{0y}.e^{j(\omega t')}\\ E_{0z}.e^{j\left(\omega t-\varphi-\frac{2.\pi.n_y.e}{\lambda_0}\right)}=E_{0z}.e^{j(\omega t-\varphi')}\end{cases}$$

Déphasage par une lame biréfringente

Une lame à retard engendre une différence de marche entre les deux vibrations colinéaires aux axes neutre

$$\delta=\left(n_z-n_y\right).e$$

Ces dénominations font référence à la différence de marche entre les deux vibrations orthogonales induite par la lame, $\delta = (n_z - n_y) . e$

Lame quart d'onde et demi-onde

Engendrent une différence de marche respectivement $\delta = \dfrac{\lambda}{4}$ et $\delta = \dfrac{\lambda}{2}$

Ces dénominations font référence à la différence de marche entre les deux vibrations orthogonales induite par la lame, $\delta = (n_z - n_y).e$

Lame quart d'onde et demi-onde

Engendrent une différence de marche respectivement $\delta = \dfrac{\lambda}{4}$ et $\delta = \dfrac{\lambda}{2}$

Effets sur une polarisation rectiligne

polarisation rectiligne $\xrightarrow{lame\ \frac{\lambda}{4}}$ polarisation

polarisation rectiligne $\xrightarrow{lame\ \frac{\lambda}{2}}$ polarisation

Ces dénominations font référence à la différence de marche entre les deux vibrations orthogonales induite par la lame, $\delta = (n_z - n_y).e$

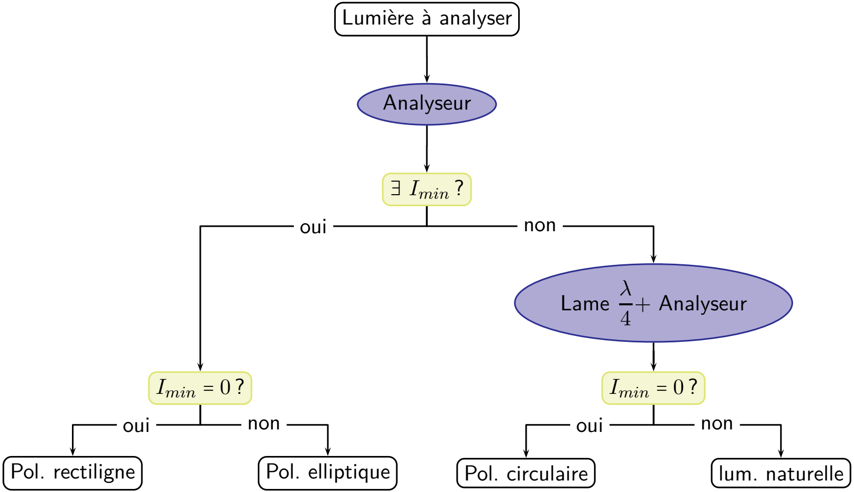
Lame quart d'onde et demi-onde

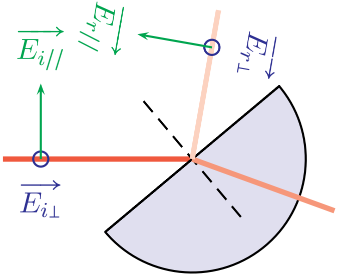
Engendrent une différence de marche respectivement $\delta = \dfrac{\lambda}{4}$ et $\delta = \dfrac{\lambda}{2}$

Effets sur une polarisation rectiligne

polarisation rectiligne $\xrightarrow{lame\ \frac{\lambda}{4}}$ polarisation elliptique

polarisation rectiligne $\xrightarrow{lame\ \frac{\lambda}{2}}$ polarisation rectiligne


Lumière à analyser
Analyseur
$\exists\ I_{min}$?
oui
non
Lame $\frac{\lambda}{4}$ + Analyseur
$I_{min} = 0$?
oui
non
$I_{min} = 0$?
oui
non
Pol. rectiligne
Pol. elliptique
Pol. circulaire
lum. naturelle



- $\overrightarrow{E_{//}}$ composante parallèle au plan d'incidence
- $\overrightarrow{E_{\perp}}$ composante orthogonale au plan d'incidence

incidence de Brewster

Pour une onde incidente rectiligne polarisée parallèlement au plan d'incidence, le rayon réfléchi est totalement éteint pour une incidence i_B nommée incidence de Brewster, telle que

$$tan i_B = \frac{n_2}{n_1}$$