

1. Une loi des mailles donne : $R.i(t) + u_c(t) + L.\frac{di(t)}{dt} = 0$ et d'après les conventions choisies au niveau du condensateur :

$$i(t) = +C.\frac{du(t)}{dt}, \text{ donc : } \boxed{\frac{d^2u(t)}{dt^2} + \frac{R}{L}.\frac{du(t)}{dt} + \frac{1}{L.C}.u(t) = 0}$$

2. On donne la forme canonique de l'ED : $\frac{d^2u(t)}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q}.\frac{du(t)}{dt} + \omega_0^2.u(t) = 0$.

Le régime est pseudo-périodique, ce qui correspond à des racines complexes de l'équation caractéristique : $\underline{r} : -\frac{\omega_0}{2.Q} \pm$

$j.\omega_0.\sqrt{1 - \frac{1}{4.Q^2}}$, ce qui amène à la forme générale de la solution :

$$u_c(t) = e^{-\frac{\omega_0}{2.Q}.t} \cdot \left[A.\cos\omega_0.\sqrt{1 - \frac{1}{4.Q^2}}.t + B.\sin\omega_0.\sqrt{1 - \frac{1}{4.Q^2}}.t \right]$$

On peut donc définir la pseudo pulsation $\boxed{\omega = \omega_0.\sqrt{1 - \frac{1}{4.Q^2}}}$

3. Avec un amortissement faible, $\sqrt{1 - \frac{1}{4.Q^2}} \equiv 1$ donc $\omega \simeq \omega_0$

$$\boxed{u_c(t) = e^{-\frac{\omega_0}{2.Q}.t} \cdot [A.\cos\omega_0.t + B.\sin\omega_0.t]}$$

4. $\frac{u_c(t)}{u_c(t+T)} = \frac{e^{-\frac{\omega_0}{2.Q}.t}}{e^{-\frac{\omega_0}{2.Q}.(t+T)}} = \frac{1}{e^{\frac{\omega_0}{2.Q}.T}} = e^{\frac{\omega_0}{2.Q}.T} = e^{\frac{\omega_0}{2.Q} \cdot \frac{2.\pi}{\omega_0}} = e^{\frac{\pi}{Q}}$

Période des pseudo-oscillations : $T_0 = 2 * 2 \text{ ms} = 4 \text{ ms}$ donc $\omega_0 = \frac{2.\pi}{T_0} = 1570 \text{ rad.s}^{-1}$

Facteur de Qualité : $e^{\frac{\omega_0}{2.Q}.T} = \frac{4}{3}$ (inutile de convertir en volt, on peut rester en divisions ici ... sinon on peut retrouver la sensibilité : $1,2 \text{ V/div}$), soit $Q = \frac{\pi}{\ln 4 - \ln 3} = 10,9$

On en déduit donc $C = \frac{1}{\omega_0^2.L} = 40,6 \text{ }\mu\text{F}$ et $R = \frac{L.\omega_0}{Q} = 1,44 \text{ }\Omega$.