

$$1. \text{ Pour } f \ll f_0, \frac{f}{f_0} \ll 1 \ll \frac{f_0}{f} \text{ donc } \underline{H} \equiv \frac{H_0}{-j \cdot Q \cdot \frac{f_0}{f}} \rightarrow 0$$

$$\text{Pour } f \gg f_0, \frac{f_0}{f} \ll 1 \ll \frac{f}{f_0} \text{ donc } \underline{H} \equiv \frac{H_0}{j \cdot Q \cdot \frac{f}{f_0}} \rightarrow 0$$

Ce filtre ne va donc laisser passer le signal que dans une gamme de fréquence appelée bande passante.

$$2. G = |\underline{H}| = \frac{1}{\left[1 + Q^2 \cdot \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}}$$

Ce gain est maximum si le dénominateur est minimum, donc si $\left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}\right)^2 = 0$, soit pour $\boxed{f = f_0}$. Il est alors égal à H_0

$$3. G(f_p) = \frac{G_{Max}}{\sqrt{2}}, \text{ soit } \frac{1}{\left[1 + Q^2 \cdot \left(\frac{f_p}{f_0} - \frac{f_0}{f_p}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}} = \frac{H_0}{\sqrt{2}}.$$

On en déduit que f_p doit être solution de $\boxed{Q^2 \cdot \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}\right)^2 = 1}$

```
4.
1 from scipy import *
2 from scipy.optimize import brentq
3
4 def bandepassante(H0, f0, Q):
5     def eq(f):
6         return Q**2*(f/f0 - f0/f)**2 - 1
7     f1=brentq(eq, 0.1*f0, f0)
8     f2=brentq(eq, f0, 10*f0)
9     bp=f2-f1
10    return bp
11
12 print(1000/bandepassante(1,1000,2))
```

On obtient 2, ce qui correspond bien à la relation à connaître $Q = \frac{f_0}{\Delta f}$