

1. La fem induite se détermine par la circulation du champ électromoteur

Pendant la durée dt , la surface diminue de $dS_1 = \frac{a^2}{2} \cdot \omega_1 \cdot dt$ pour la portion O_1A et augmente de $dS_2 = \frac{a^2}{2} \cdot \omega_2 \cdot dt$ pour la portion BO_2 .

On a donc $d\Phi = B \cdot (dS_2 - dS_1) = B \cdot \frac{a^2}{2} \cdot (\omega_2 - \omega_1) \cdot dt$

2. D'après la loi de Faraday : $e = \frac{-d\Phi}{dt} = -B \cdot \frac{a^2}{2} \cdot (\omega_2 - \omega_1)$ et l'équation électrique pour ce circuit donne $e - R \cdot i = 0$ donc

$$i = \frac{-B \cdot a \cdot (\omega_2 - \omega_1)}{R}$$

3. On écrit les équations mécaniques pour chaque disque, sachant que le moment de la force de Laplace sur un élément \vec{dl} en P s'écrit $d\vec{M}_0 \cdot \vec{u}_z = \left(\vec{OP} \wedge (i \cdot dr \cdot \vec{u}_r \wedge B_0) \right) \cdot \vec{u}_z = -r \cdot i \cdot B_0 \cdot dr$

$$\begin{cases} (D) : J \cdot \dot{\omega} = \int_{O_1 \rightarrow A} -r \cdot i \cdot B_0 \cdot dr = \frac{-a^2 \cdot i \cdot B_0}{2} \\ (D') : J \cdot \dot{\omega}' = \int_{B \rightarrow O_2} -r \cdot i \cdot B_0 \cdot dr = \frac{a^2 \cdot i \cdot B_0}{2} \end{cases}$$

4. En combinant $(D) + (D')$, on obtient $J \cdot \dot{\omega} + J \cdot \dot{\omega}' = 0$ soit $\omega + \omega' = Cte = \omega_0$ d'après la condition initiale

5. On peut donc réduire à une inconnue l'éq vérifiée pour le disque (D) :

$$J \cdot \dot{\omega} = -\frac{B_0^2 \cdot a^4}{4 \cdot R} \cdot (\omega - (\omega_0 - \omega))$$

$$\dot{\omega} + \frac{B_0^2 \cdot a^4}{2 \cdot J \cdot R} \cdot \omega = \frac{B_0^2 \cdot a^4}{4 \cdot R} \cdot \omega_0$$

$$\omega = \frac{\omega_0}{2} \cdot \left(1 + e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{2 \cdot J \cdot R}{B_0^2 \cdot a^4}$$