1. Par analogie entre les forces gravitationnelle et électrostatique, on peut remarquer que $-G \Leftrightarrow \dfrac{1}{4.\pi.\epsilon_0}$, ce qui amène à la forme gravitationnelle du théorème de Gauss :
$\iint \overrightarrow{g}.\overrightarrow{dS} = -4.\pi.G.M_{int}$

2. La distribution étant à symétrie sphérique, $\overrightarrow{\mathcal{G}} = \mathcal{G}(r).\overrightarrow{e_r}$. On choisit donc une sphère comme surface de Gauss.
$\forall r$, $\oiint \overrightarrow{\mathcal{G}} \cdot \overrightarrow{dS} = 4.\pi.r^2.\mathcal{G}(r)$

✓ Pour $r < R$: $M_{int} = \rho.\dfrac{4}{3}.\pi.r^3 = m_T.\dfrac{r^3}{R^3}$ donc $\mathcal{G}(r) = -G.\dfrac{m_T.r}{R^3}$

✓ Pour $r \geqslant R$: $M_{int} = m_T$ donc $\mathcal{G}(r) = -G.\dfrac{m_T}{r^2}$

3. On en déduit le potentiel V tel que $\overrightarrow{\mathcal{G}} = -\overrightarrow{grad}V$, soit

✓ Pour $r \geqslant R$: $\int_{V(r)}^{0} dV = G.m_T.\int_r^{\infty} \dfrac{dr}{r^2}$ donc $V(r) = \dfrac{-G.m_T}{r}$

✓ Pour $r < R$: $\int_{V(R)}^{V(r)} dV = \dfrac{m_T.G}{R^3} \int_R^r .r.dr$ avec $V(R) = \dfrac{-G.m_T}{R}$ (par continuité du potentiel.

donc $V(r) = \dfrac{-G.m_T}{R} + \dfrac{m_T.G}{2.R^3}.\left(r^2 - R^2\right) = -\dfrac{m_T.G}{2.R^3}.\left(r^2 - 3.R^2\right)$

4. $\mathcal{E}_p(r) = \iiint \rho.V.d\tau$
On choisit comme volume élémentaire dans lequel $V(r)$ peut être considéré comme uniforme le volume compris entre deux sphères de rayons r et $r + dr$: $d\tau = 4.\pi.r^2.dr$
Alors $\mathcal{E}_p(r) = -\rho.\dfrac{m_R.G}{2.R^3}.\int_0^r \left(r^2 - 3.R^2\right).4.\pi.r^2dr = \rho.\dfrac{6.m_T^2.G}{5.R}$