

1. Par définition $M = \iiint_V \rho(P).d\tau(P) = \int_0^a \rho_0 \cdot \left(15 - 7\sqrt{\frac{r}{10.a}}\right) \cdot 4.\pi.r^2.dr = \rho_0.12.\pi.a^2$

2. Par analogie entre les forces gravitationnelle et électrostatique, on peut remarquer que $-G \Leftrightarrow \frac{1}{4.\pi.\epsilon_0}$, ce qui amène à la forme gravitationnelle du théorème de Gauss :

$$\iint \vec{g} \cdot d\vec{S} = -4.\pi.G.M_{int}$$

Les symétries et invariances donnent $\vec{g} = g(r).\vec{e}_r$. On choisit alors une sphère de rayon r comme surface de Gauss

$$4.\pi.r^2.g(r) = -4.\pi.G.\rho_0 \cdot \left(5.r^3 - 2.\frac{r^{\frac{7}{2}}}{\sqrt{a}}\right)$$

d'où $\vec{g} = -G.\rho_0.r \cdot \left(5 - 2.\sqrt{\frac{r}{a}}\right) \cdot \vec{e}_r$