

1. Les symétries et invariances permettent de déduire l'expression du champ en coordonnées sphériques, dans la base associée : $\vec{E} = E(r) \cdot \vec{e}_r$

Par application du Théorème de Gauss sur une sphère de rayon r et de centre O_1 $\iint_s E(r) \cdot \vec{e}_r \cdot dS \cdot \vec{e}_r = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$

Or la charge à l'intérieur de cette surface a pour expression : $Q_{int} = \iiint_{V_{int}} \rho \cdot d\tau = \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

Par conséquent : $\boxed{\vec{E} = \frac{\rho}{3 \cdot \epsilon_0} \cdot \overrightarrow{O_1 M}}$

2. On peut voir cette distribution comme la superposition de deux boules :

- ✓ Une boule de centre O_1 et de rayon a portant une densité volumique de charges ρ
- ✓ Une boule de centre O_2 et de rayon b portant une densité volumique de charges $-\rho$

Ainsi pour l'union des deux boules, la densité volumique des charges est bien nulle et correspond à la cavité.

Le champ au point M est alors obtenu par superposition :

$$\vec{E} = \frac{\rho}{3 \cdot \epsilon_0} \cdot \overrightarrow{O_1 M} + \frac{(-\rho)}{3 \cdot \epsilon_0} \cdot \overrightarrow{O_2 M}$$

Soit $\boxed{\vec{E} = \frac{\rho}{3 \cdot \epsilon_0} \cdot \overrightarrow{O_1 O_2}}$

Le champ est donc uniforme à l'intérieur de la cavité.