Un condensateur est constitué de deux plaques cylindriques coaxiales d'axe Oz et de hauteur H. La première plaque de rayon a porte une charge $+Q$, la seconde de rayon $b > a$ porte une charge $-Q$.

Le milieu entre ces plaques est de permittivité ϵ, de sorte que le champ vérifie l'équation locale $div\,\vec{E} = \dfrac{\rho(M)}{\epsilon}$

Condensateur cylindrique

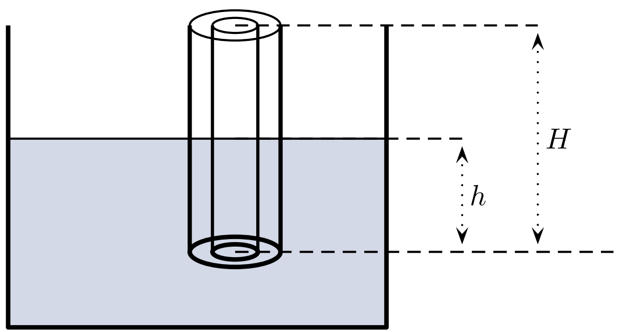
1. Écrire le théorème de Gauss pour le milieu de permittivité ϵ.

2. Par application du théorème de Gauss, et en négligeant les effets de bord, exprimer le champ $\vec{E}$ en tout point $M(r,\theta,z)$ entre les deux plaques (pour $a < r < b$).

3. Exprimer la différence de potentiel entre les deux plaques $U = V(a) - V(b)$. En déduire l'expression de la capacité de ce condensateur en fonction de a, b, H et ϵ

Étude de la jauge

On place dans un réservoir contenant une hauteur h de liquide une sonde correspondant à un condensateur cylindrique de hauteur H. Une hauteur h de ce condensateur est baignée dans un liquide de permittivité ϵ_{liq}, le reste se trouvant dans l'air de permittivité ϵ_0.



On admettra que la capacité d'un condensateur de hauteur L dont le milieu entre les plaques est de permittivité ϵ a pour expression $C = \dfrac{L}{h_0}.C_0.\epsilon$, avec h_0 et C_0 des paramètre connus du condensateur.

4 On considère deux condensateurs de capacités C_1 et C_2 en série. Montrer qu'ils peuvent être modélisés par un condensateur de capacité équivalente C_{eq} telle que $\dfrac{1}{C_{eq}} = \dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_2}$

5 Exprimer, en fonction de H, h, h_0, ϵ_0, ϵ_{liq} et C_0 la capacité équivalente à la sonde située dans le réservoir. Montrer que la mesure de cette capacité peut bien servir à suivre le niveau de liquide dans le réservoir.