- ✓ On se place dans le référentiel $\mathcal{R}'(O, OX', OY', OZ)$ dans lequel le cerceau est fixe.
  On a alors $\overrightarrow{\Omega}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}} = \overrightarrow{\Omega} = \omega.\overrightarrow{e_z}$
  Attention, ici $\omega \neq \dot{\theta}$ car $\dot{\theta}$ désigne ici la vitesse angulaire de rotation du cerceau par rapport au cercle et non celle du cercle dans le référentiel du laboratoire.
- ✓ On peut partie sur une étude énergétique du système dans ce référentiel :
  - ✘ Le poids dérive d'une énergie potentielle $E_{pes} = m.g.h = -m.g.a.cos\theta$
  - ✘ La force d'inertie d'entrainement $\overrightarrow{f_{ie}} = m.\omega^2.\overrightarrow{HM}$ avec $dE_{el} = -m.\omega^2.\overrightarrow{HM}.d\overrightarrow{OM}$
    Donc $dE_{el} = -m.\omega^2.\overrightarrow{HM}.\left(d\overrightarrow{OH} + d\overrightarrow{HM}\right) = -m.\omega^2.\overrightarrow{HM} \cdot d\overrightarrow{HM}$
    Soit $E_{el} = -\dfrac{1}{2}.m.\omega^2.HM^2$
  - ✘ La force d'inertie de Coriolois ainsi que la réaction, orthogonales à la trajectoire de M ne travaillent pas.

  On a donc $E_{pot} = -m.g.a.cos\theta - \dfrac{1}{2}.m.\omega^2.\left(a.sin\theta\right)^2$
- ✓ L'équilibre de ce système conservatif est caractérisé par $\dfrac{dE_{pot}}{d\theta} = 0$, ce qui donne :

$$m.g.a.sin\theta - .m.a^2.\omega^2.sin\theta.cos\theta = 0 \text{ d'où } \left| \begin{array}{lll} sin\theta = 0 : & \theta_1 = 0 & \theta_2 = \pi \\ cos\theta_3 = \dfrac{g}{a.\omega^2} & \text{ssi } \omega > \sqrt{\dfrac{g}{a}} & \end{array} \right.$$

- ✓ Pour la stabilité de ces positions, il faut étudier le signe de $\left(\dfrac{d^2E_{pot}}{d\theta^2}\right)_{(eq)}$:

$$\left(\frac{d^2E_{pot}}{d\theta^2}\right) = cos\theta.\left(m.g.a - .m.a^2.\omega^2.cos\theta\right) + sin\theta.\left(m.a^2.\omega^2.sin\theta\right)$$

  - ✘ $\left(\dfrac{d^2E_{pot}}{d\theta^2}\right)_{\theta_1} = m.g.a - .m.a^2.\omega^2 > 0$ ssi $\omega < \sqrt{\dfrac{g}{a}}$
  - ✘ $\left(\dfrac{d^2E_{pot}}{d\theta^2}\right)_{\theta_3} = m.a^2.\omega^2.sin^2\theta > 0$

  On peut donc déduire