1. ✓ On cherche une position d'équilibre pour l'armature dans le référentiel lié à l'accéléromètre, on se place donc dans ce référentiel $\mathcal{R}'(O', O'X, O'Y, O'Z)$ pour étudier le système armature

✓ $\mathcal{R}'$ est en translation rectiligne non uniforme dans $\mathcal{R}$ galiléen. Il n'est donc pas galiléen.

$$\vec{a}_e = a \cdot \vec{e}_x$$

✓ On effectue le bilan des actions exercées sur l'armature, dont la projection selon OX est non nulle :

$$\text{Force de rappel du ressort } \vec{F} \cdot \vec{e}_x = +k \cdot (l - l_0)$$

$$\text{Force d'inertie d'entraînement } \vec{f}_{ie} \cdot \vec{e}_x = -m \cdot a$$

✓ On applique alors le PFD dans $\mathcal{R}'$ pour la position d'équilibre :

$$(\vec{F} + \vec{f}_{ie}) \cdot \vec{e}_x = 0 \text{ soit } k \cdot (l - l_0) = m \cdot a$$

✓ Dans le cas particulier de l'absence d'accélération : $k \cdot (l_1 - l_0) = 0$. La longueur du ressort est alors la longueur à vide : $l_1 = l_0$

✓ Or $d_0 - d = l - l_1$, ce qui donne donc $l - l_0 = l - l_1 = d_0 - d$, soit $d = d_0 - \frac{m \cdot a}{k}$

✓ Ce qui nous donne $C = \frac{\epsilon_0 \cdot S}{d_0 - \frac{m \cdot a}{k}}$

2. On a $|d_0 - d| = \frac{m \cdot a}{k} \ll d_0$, soit $\frac{m \cdot a}{k \cdot d_0} \ll 1$

On peut donc effectuer un développement limité au premier ordre en $\frac{m \cdot a}{k \cdot d_0}$, ce qui donne :

$$C = \frac{\epsilon_0 \cdot S}{d_0 \left(1 - \frac{m \cdot a}{k \cdot d_0}\right)} = \frac{C_0}{1 - \frac{m \cdot a}{k \cdot d_0}} \equiv C_0 \cdot \left(1 + \frac{m}{k \cdot d_0} \cdot a\right)$$

On obtient donc $\alpha = \frac{m}{k \cdot d_0}$