1. On effectue le bilan des forces sur une particule de fluide, au repos dans ce référentiel :

- ✓ Résultante des forces de pression $\overrightarrow{dF_p} = -\overrightarrow{grad}p.d\tau$
- ✓ Poids $\overrightarrow{dP} = \rho.\overrightarrow{g}.d\tau$
- ✓ Inertie d'entrainement $\overrightarrow{df_{ie}} = -\rho.\left(-\omega^2.\overrightarrow{HM}\right).d\tau$

On doit avoir $\overrightarrow{dF_p} + \overrightarrow{dP} + \overrightarrow{df_{ie}} = \overrightarrow{O}$

2. Projeté dans la base cylindrique, on obtient les équations scalaires $\left| \begin{array}{l} \dfrac{\partial p}{\partial r} = \rho.\omega^2.r \\ \dfrac{\partial p}{\partial z} = -g \end{array} \right.$

On déduit de $\dfrac{\partial p}{\partial z} = -g$: $p(r,z) = -g.z + f(r)$, donc :

$\dfrac{\partial p}{\partial r} = f'(r) = \rho.\omega^2.r$

Soit $p(r,z) = -g.z + \dfrac{\rho.\omega^2}{2}.r^2 + p_0$

A l'interface, $p(r,z) = p_0$ soit $z = \dfrac{\rho.\omega^2}{2.g}.r^2$

3. H_1 sera logiquement inférieur à H_0 car le volume total de liquide est invariant.

On peut déterminer le volume dans le bêcher :

- ✓ au repos : $V = H_0.\pi.a^2$
- ✓ en rotation uniforme : $V = H_1.\pi.a^2 + \int_0^a 2.\pi.a.z.dr = H_1.\pi.a^2 + \dfrac{\pi.\rho.\omega^2}{4.g}.a^4 = \pi.a^2.\left(H_1 + \dfrac{h}{2}\right)$

Ces deux volumes étant égaux, on en déduit que $H_0 = H_1 + \dfrac{h}{2}$