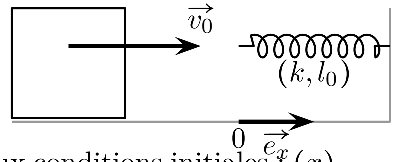
L'étude se fait dans le référentiel terrestre supposé galiléen. On choisit l'origine du repère à la position à vide de l'extrémité du ressort.



1. On projette le PFD selon l'axe horizontal, ce qui nous donne : $-k.x = m.\ddot{x}$, soit $\ddot{x} + \dfrac{k}{m}x = 0$

2. L'équation différentielle étant du second ordre, nous avons besoin de deux conditions initiales : $(x)_{(t=0)} = 0$ et $\left(\dfrac{dx}{dt}\right)_{(t=0)} = v_0$

La forme générale de la solution étant $x(t) = A.cos\omega_0 t + B.sin\omega_0 t$ avec $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$, on en déduit que : $A = 0$ et $\omega_0.B = v_0$

$$\boxed{x(t) = \frac{v_0}{\omega_0}.sin\omega_0 t}$$

3. Le contact n'existe que si $x > 0$, le mobile ne pouvant pas étirer le ressort mais que le comprimer. On cherche donc l'instant limite t_1 tel que pour $t > t_1$, $x(t) < 0$, cela donne $\boxed{t_1 = \dfrac{\pi}{\omega_0} = \dfrac{T_0}{2}}$

4. La valeur maximale est $x_{max} = \dfrac{v_0}{\omega_0}$

D'un point de vue énergétique

- ✓ Le système est conservatif : $E_m = C^{te}$, et $E_m = \dfrac{1}{2}m.v^2 + \dfrac{1}{2}.k.x^2$
- ✓ Initialement $E_m = \dfrac{1}{2}m.v_0^2$
- ✓ La compression sera maximale pour $v = 0$, soit $\dfrac{1}{2}.k.x_{max}^2 = E_m = \dfrac{1}{2}m.v_0^2$, donc $x_{max} = \sqrt{\dfrac{m}{k}}.v_0 = \dfrac{v_0}{\omega_0}$