

1. Le PFD s'écrit à l'équilibre : $-.k.(l_{eq} - l_0) - m.g.l_{eq} = 0$, soit $\boxed{l_{eq} = l_0 - \frac{m.g}{k}}$
2. ✓ $z = 0$ pour la position d'équilibre. On a donc $l = z + l_{eq}$
 - ✓ Le PFD s'écrit cette fois $-.k.(l - l_0) - m.g.z - \mu.\dot{z} = m.\ddot{z}$ soit $\ddot{z} + \frac{\mu}{m}\dot{z} + \frac{k}{m}z = 0$
 - On peut proposer la forme canonique $\ddot{z} + 2.\sigma.\omega_0.\dot{z} + \omega_0^2.z = 0$
 - ✓ La solution est pseudo périodique donc pour l'équation caractéristique $\Delta = \omega_0^2.(\sigma^2 - 1) = i^2.\omega_0^2.(1 - \sigma^2) < 0$, donc $r = \sigma.\omega_0 \pm \omega_0.\sqrt{1 - \sigma^2}$
 - ✓ La forme générale de la solution est donc $z(t) = e^{-\sigma.\omega_0.t}.(A.\cos\omega t + B.\sin\omega t)$ avec $\omega = \omega_0.\sqrt{1 - \sigma^2}$
 - ✓ Les conditions initiales donnent $\left| \begin{array}{l} z(0) = 0 = A \\ \dot{z}(0) = -v_0 = B.\omega \end{array} \right.$ soit $\boxed{z(t) = \frac{-v_0}{\omega}.e^{-\sigma.\omega_0.t}\sin\omega t}$
3. Le ressort ne peut donc pas retenir la masse, on doit avoir $l < l_0$ soit $z + l_{eq} < l_0$ donc $z < \frac{l_0}{4}$. Or z_{max} sera atteint lorsque $\sin(\omega t_1) = -1$ donc lorsque $t_1 = \frac{3.\pi}{2.\omega}$. On aura alors $z(t_1) = \frac{v_0}{\omega}.e^{-\sigma.\omega_0.t_1} < \frac{l_0}{4}$, ce qui donne donc une condition sur l_0 .