1. Sur le plan horizontal, la vitesse reste constante car le système est pseudo-isolé.

2. Les coordonnées polaires sont le plus adaptées avec la base associée $(\overrightarrow{e_r}, \overrightarrow{e_\theta})$

On a alors $\overrightarrow{OM} = R.\overrightarrow{e_r}$; $\overrightarrow{v} = R.\dot{\theta}.\overrightarrow{e_\theta}$ et $\overrightarrow{a} = R.\ddot{\theta}.\overrightarrow{e_\theta} - R.\dot{\theta}^2.\overrightarrow{e_r}$

3. Le PFD s'écrit : $m.\begin{cases} R.\ddot{\theta}^2 \\ R.\ddot{\theta} \\ 0 \end{cases} = \begin{cases} m.g.cos\theta \\ -m.g.sin\theta \\ 0 \end{cases} + \begin{cases} -R_N \\ 0 \\ 0 \end{cases}$

La projection othoradiale donne alors $m.R.\ddot{\theta} = -m.g.sin\theta$

Ce qui donne $m.R.\ddot{\theta}.\dot{\theta} = -m.g.sin\theta.\dot{\theta}$ soit $R.\dfrac{d\left(\dfrac{\dot{\theta}^2}{2}\right)}{dt} = g.\dfrac{d\,(cos\theta)}{dt}$

On a donc égalité des primitives à une constante près : $R.\dfrac{\dot{\theta}^2}{2} = g.cos\theta + C$

Or initialement $v_0 = R.\left(\dot{\theta}\right)_A$ avec $\theta_A = 0$, ce qui donne $C = \dfrac{v_0^2}{2.R} - g$, soit : $\dot{\theta}^2 = \dfrac{2.g}{R}.cos\theta + \dfrac{v_0^2}{R^2} - \dfrac{2.g}{R}$

4. La projection radiale donne $-m.R.\dot{\theta}^2 = m.g.cos\theta - R_N$, soit

$R_N = 3.m.g.cos\theta + \dfrac{m.v_0^2}{R} - 2.m.g$

5. Le contact sera rompu lorsque la réaction du support sur la masse deviendra nulle (elle ne peut pas prendre de valeurs négatives car le support ne peut pas "retenir" la masse...)

Alors : $cos\theta_1 = \dfrac{2}{3} - \dfrac{v_0^2}{3.R.g}$

L'extrémité haute du support sera atteinte si la réaction reste non nulle jusqu'au point où $\theta = \pi$, soit $-1 = \dfrac{2}{3}.g - \dfrac{v_0^2}{3.R.g}$,

ce qui donne une condition sur la vitesse initiale : $v_0^2 > 5.R.g$