1. On étudie le système supposé ponctuel M dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen.

- ✓ Bilan des forces : Le poids $\overrightarrow{P}$, la réaction normale au support $\overrightarrow{R}$ et la force de rappel $\overrightarrow{T}$.
  Il est inutile de projeter ces forces puisque l'on effectue un bilan énergétique.
- ✓ Énergie potentielle associée aux forces :
  Le Poids dérive de $E_{pes} = m.g.h = m.g.a.sin\theta$
  La force de rappel dérive de $E_{el} = \dfrac{1}{2}.k.\Delta l^2 = \dfrac{1}{2}.k.\left(2.a.cos\dfrac{\theta}{2}\right)^2$ *un peu de trigo ici...*
  La réaction ne travaille pas
  Le système est donc conservatif, d'énergie potentielle totale :
  $E_p = m.g.a.sin\theta + 2.k.a^2.cos^2\dfrac{\theta}{2}$

2. Pour un système conservatif, la position d'équilibre correspondra à un extrémum de l'énergie potentielle :
$\left(\dfrac{dE_p}{d\theta}\right)_{eq} = 0$, soit :
$m.g.a.cos\theta_{eq} + 2.k.a^2.2.\dfrac{1}{2}.\left(-sin\dfrac{\theta_{eq}}{2}\right)cos^2\dfrac{\theta_{eq}}{2} = 0$ ou $m.g.a.cos\theta_{eq} - k.a^2.sin\theta_{eq} = 0$
On obtient donc les positions d'équilibre telles que $tan\theta_{eq} = \dfrac{mg}{ka}$

3. L'énergie potentielle doit alors être minimum, ce qui se traduit mathématiquement par $\left(\dfrac{d^2E_p}{d\theta^2}\right)_{eq} > 0$.

Or $\left(\dfrac{d^2E_p}{d\theta^2}\right)_{eq} = -m.g.a.sin\theta_{eq} - k.a^2.cos\theta_{eq}$
À l'équilibre, on a obtenu $tan\theta_{eq} > 0$, $sin\theta_{eq}$ et $cos\theta_{eq}$ sont donc de même signe. L'équilibre sera donc stable pour la position telle que $0 < \theta_{eq} < \dfrac{\pi}{2}$