On étudie la trajectoire de la planète mercure autour du soleil de masse m_S, dans le référentiel de Copernic, Galiléen, dont le soleil est l'origine.
On note $M(x,y)$ la position de la planète Mercure que l'on assimile à un système ponctuel de masse m_M. On note v_x et v_y les coordonnées du vecteur vitesse.
Des données caractéristiques de la trajectoire de Mercure sont disponibles à cette page :
https ://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/mercuryfact.html
On choisit comme instant initial la position de Mercure à l'apogée de sa trajectoire (*Aphelion*), on place alors la planète sur l'axe des abscisses avec une abscisse positive. La trajectoire sera proposée dans le sens trigonométrique.

Tous les tableaux (numpy) définis auront une taille N où N sera un paramètre auquel on affecte la valeur 100

Analyse de document

Q1 Créer les variables globales nécessaires à la résolution de ce problème : m_M, m_S, G la constante gravitationnelle.

Q2 Créer un tableau **position** de taille $N*2$. Les N éléments correspondront chacun à une liste des coordonnées du point M aux différents instants. Remplir le premier élément de ce tableau, pour $t=0$

Q3 En exploitant le théorème du moment cinétique, montrer que la vitesse de la planète est minimale à l'apogée de sa trajectoire. En déduire la valeur de v_x et v_y à l'instant initial.
Créer un tableau **vitesse** de taille $N*2$. Les N éléments correspondront chacun à une liste des coordonnées du vecteur vitesse aux différents instants. Remplir le premier élément de ce tableau, pour $t=0$

Q4 Définir le paramètre T, en lui affectant une valeur, correspondant à la période de révolution de la planète Mercure autour du soleil.

Q5 Définir une fonction **distance** qui prend comme paramètre un tableau comportant les coordonnées de la planète et qui renvoie sa distance au centre du soleil.

Q6 Définir une fonction **energies** qui prend comme paramètre deux listes, l'une pour la position et l'autre pour la vitesse, et qui renvoie une liste comportant les trois grandeurs suivantes : l'énergie potentielle, l'énergie cinétique et l'énergie totale de la planète Mercure pour l'instant considéré.

Méthode d'Euler pour le tracé de la trajectoire

Q7 Définir le pas *tau* permettant d'obtenir un tableau des instant de taille N pour l'étude de la trajectoire sur une période T.
Construire le tableau t des instants correspondant. On note alors $t[i]$ un élément de ce tableau.

Q8 La méthode d'Euler consiste à considérer que pour une fonction $X(t)$, $\dfrac{dX(t)}{dt} \simeq \dfrac{X(t+dt)-X(t)}{dt}$. En notant X le tableau associé à la grandeur X et $deriv\_X$ le tableau associé à la grandeur $\dfrac{dX(t)}{dt}$, exprimer $deriv\_X[i]$ en fonction de $X[i]$, $X[i+1]$ et tau.
Remplir le deuxième élément du tableau **position**.

Q9 On note de la même manière $deriv2\_X$ le tableau associé à $\dfrac{d^2X(t)}{dt^2}$. Exprimer $deriv2\_X[i]$ en fonction de $deriv\_X[i]$, $deriv\_X[i+1]$ et tau.

Q10 Rappeler l'expression du principe fondamental de la dynamique dans son expression intrinsèque (n'utilisant pas de base de projection) reliant éventuellement $\overrightarrow{OM}$, $r=\left|\overrightarrow{OM}\right|$, $\dfrac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2}$, G, m_S, m_M. En déduire deux équations différentielles vérifiées par $x(t)$ et $y(t)$

Q11 Écrire un script permettant de remplir, par itération, les tableaux **vitesse** et **position** en exploitant la méthode d'Euler. Remplir également deux tableaux **abscisse** et **ordonnee** chacun de taille N

Q12 Écrire un script permettant d'obtenir les tableaux $NRJ\_cinetique$, $NRJ\_potentielle$ et NRJ_totale

Q13 Écrire un script permettant d'observer la trajectoire de la planète Mercure sur une période

Q14 Écrire un script permettant d'observer l'évolution temporelle des énergies cinétique, potentielle et totale.