

1. Á l'équilibre, le poids et la poussée d'Archimède se compensent et $m_0g = \mu S (b - z_0) g$ soit $z_0 = b - \frac{m_0}{\mu S}$

Hors équilibre, la relation fondamentale de la dynamique permet d'écrire $m_0 \frac{d^2 z}{dt^2} = [\mu S (b - z) - m_0] g = \mu S (z_0 - z) g = f$.

Si $z > z_0$, $f < 0$ et tend à ramener le verre vers sa position d'équilibre.

Si $z < z_0$, $f > 0$ et tend encore à ramener le verre vers sa position d'équilibre.

Cette position d'équilibre est donc stable.

On peut écrire $\frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{\mu S}{m_0 g} z = \frac{\mu S}{m_0 g} z_0$ soit $\frac{d^2 z}{dt^2} + \omega^2 z = \omega^2 z_0$ avec $\omega = \sqrt{\frac{\mu S}{m_0 g}}$ pulsation des petites oscillations du récipient

autour de sa position d'équilibre. Applications numériques : $\mu = 1 \text{ kg.L}^{-1} = 10^{-3} \text{ kg.cm}^{-3}$ $z_0 = b - \frac{m_0}{\mu S} = 15 - \frac{0,1}{10^{-3} \cdot 10} = 5 \text{ cm}$

$\omega = 1 \text{ rad/s}$ et $T = \frac{2\pi}{\omega} = 6,28 \text{ s}$.

2. Le récipient étant partiellement rempli d'eau, l'équilibre s'écrit : $m_0g + \mu Shg = \mu Sbg$. On trouve donc $h = b - \frac{m_0}{\mu S}$

Application numérique : $h = 5 \text{ cm}$.