

- ✓ On note $\vec{F}_p$ les forces de pression exercées sur l'hémisphère S_2 .
- ✓ Les invariances et symétries permettent de prévoir $\vec{F}_p = -F_p \cdot \vec{u}_z$.
- ✓ Pour une surface élémentaire entourant M , la force élémentaire de pression s'écrit :

$$d\vec{F}_p = -p_0 \cdot dS \cdot \vec{e}_r \text{ donc } d\vec{F}_p \cdot \vec{e}_z = -p_0 \cdot dS \cdot \sin\theta$$

$$\text{Par conséquent } d\vec{F}_p \cdot \vec{e}_z = -p_0 \cdot a^2 \cdot \sin^2\theta \cdot d\theta \cdot d\varphi$$

- ✓ Reste à exprimer l'élément de surface dS .

- ✗ Une variation $d\theta$ de θ entraîne un déplacement sur le cercle de rayon a , donc un arc de distance $a \cdot d\theta$.

$$\text{On fera varier } \theta \text{ de } 0 \text{ à } \frac{\pi}{2}$$

- ✗ Une variation $d\varphi$ de φ entraîne un déplacement sur le cercle de rayon $a \cdot \sin\theta$, donc un arc de distance $a \cdot \sin\theta \cdot d\varphi$

$$\text{On fera varier } \varphi \text{ de } 0 \text{ à } 2 \cdot \pi$$

$$\text{Par intégration } -F_p = -p_0 \cdot a^2 \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2\theta \cdot d\theta \cdot \int_0^{2 \cdot \pi} d\varphi$$

$$\text{Or } \sin^2\theta = \frac{1 - \cos(2 \cdot \theta)}{2}, \text{ ce qui donne :}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 - \cos(2 \cdot \theta)}{2} \cdot d\theta = \left[\frac{\theta - \frac{1}{2} \sin(2 \cdot \theta)}{2} \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{4}$$

- ✓ Au final, on obtient : $F_p = p_0 \cdot a^2 \cdot \frac{\pi}{4}$

$$\text{AN : } F_p = 10^5 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{\pi}{4} \equiv 800 \text{ N}$$

Il faudra donc exercer une force correspondant au poids d'une masse de 80 kg afin de détacher les deux hémisphères.