1. Le vecteur tourbillon est défini tel que $\overrightarrow{rot}\,\overrightarrow{v} = 2.\overrightarrow{\Omega}$. D'autre part l'écoulement est supposé incompressible, donc $div\,\overrightarrow{v} = 0$.

On peut identifier ces relations au cas du champ magnétique crée par une distribution de courant : $\left|\begin{array}{l}\overrightarrow{rot}\,\overrightarrow{B} = \mu_0\,\overrightarrow{j} \\ div\,\overrightarrow{B} = 0\end{array}\right.$ et

$\oint \overrightarrow{B} \cdot \overrightarrow{dl} = \mu_0 \iint \overrightarrow{j} \cdot \overrightarrow{dS}$

On a donc de même $\oint \overrightarrow{v} \cdot \overrightarrow{dl} = 2.\iint \overrightarrow{\Omega} \cdot \overrightarrow{dS}$, applicable sous réserve de conditions de symétrie et d'invariance que l'on doit étudier.

On observe bien une invariance par rotation d'angle θ ce qui permet d'en déduire que

$$\left|\begin{array}{l} r \leqslant a:\ 2.\pi.r.v(r) = 2.\Omega_0.\pi.r^2 \\ r > a:\ 2.\pi.r.v(r) = 2.\Omega_0.\pi.a^2 \end{array}\right.$$

On en déduit le champ des vitesses : $\overrightarrow{v} = \left|\begin{array}{l} r \leqslant a:\ \Omega_0.r \\ r > a:\ \dfrac{\Omega_0.a^2}{r} \end{array}\right.$

2. On a alors dans ce cas $r \geq a \forall r \neq 0$, et par conséquent $v(r) = \dfrac{\Omega_0.a^2}{r} = \dfrac{\Gamma}{2.\pi.r}$.

On peut remarque que $\Phi = \dfrac{\Gamma.\theta}{2.\pi} + C^{te}$ constitue bien un potentiel des vitesses.

Ce potentiel n'a de signification que localement car on remarque que $\Phi(2.\pi) \neq \Phi(0)$ alors qu'il s'agit du potentiel pour un même point...