Un liquide visqueux de viscosité dynamique η est placé entre deux cylindres de hauteur H et de rayons a et b.
Le cylindre intérieur est fixe alors que le cylindre extérieur est mis en rotation à une vitesse angulaire constante ω. Le moteur doit fournir un couple Γ pour maintenir en rotation ce cylindre.
On négligera les effets de la pesanteur sur l'écoulement.
On rappelle que :
$\Delta\left(v(r).\overrightarrow{e_\theta}\right) = \left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{v}{r}\right) + \frac{\partial^2 v}{\partial r^2}\right].\overrightarrow{e_\theta}$ et $div\,\overrightarrow{v} = \frac{1}{r}\frac{\partial(r.v_r}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial(v_z}{\partial z}$

1. Justifier que le champ des vitesses peut s'écrire sous la forme $\overrightarrow{v} = v(r).\overrightarrow{e_\theta}$
2. En exploitant l'équation de Navier-Stokes, déterminer l'équation différentielle vérifiée par $v(r)$.
3. Montrer que $v(r) = \frac{A.r}{2} - \frac{B}{r}$ est solution de cette équation
4. En exploitant les conditions aux limites, en déduire $v(r)$
5. La densité surfacique des forces de viscosité du liquide sur le cylindre ont pour expression $\overrightarrow{\sigma} = \pm\eta.r.\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{v}{r}\right).\overrightarrow{e_\theta}$

   Exprimer le moment des actions du fluide sur le cylindre mobile.
6. En déduire η en fonction des paramètres connus du problème.