

1. Si on néglige les effets de la pesanteur : symétrie du problème $\vec{v} = v(r, z) \cdot \vec{u}_z$.
2. Or le fluide est incompressible donc $\text{div } \vec{v} = 0$ soit $\frac{\partial v}{\partial z} = 0$ donc $\vec{v} = v(r) \cdot \vec{u}_z$.
3. $\vec{a} = \frac{D\vec{v}}{dt} = (\vec{v} \bullet \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{v} + \frac{\partial v}{\partial t} = v(r) \cdot \frac{\partial}{\partial z} \cdot (v(r) \cdot \vec{u}_z) + \frac{\partial v}{\partial t} = \vec{0}$
4. $\overrightarrow{\text{grad}}(p) \equiv \eta \Delta \vec{v}$ ce qui donne $\frac{dp}{dz} = \eta \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \cdot \frac{dv}{dr} \right) = \text{Cte} = A$ car c'est du type $f(z) = g(r)$.

$$p(M) = p_1 - \frac{p_1 - p_2}{L} \cdot z$$

$$5. \frac{dv}{dr} = -\frac{p_1 - p_2}{2 \cdot \eta \cdot L} \cdot r + \frac{B}{r} \text{ d'après la relation précédente. Donc } v(r) = -\frac{p_1 - p_2}{4 \cdot \eta \cdot L} \cdot r^2 + B \cdot \ln r + C^{\text{te}}$$

$$\text{Comme } \begin{cases} v(r=0) \neq \infty \longrightarrow B=0 \\ v(R)=0 \longrightarrow v(r) = -\frac{(p_1 - p_2) \cdot R^2}{4 \cdot \eta \cdot L} \cdot \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \end{cases}$$

$$6. Q = \iint \vec{v} \cdot d\vec{S} = K \cdot \frac{\pi \cdot R^4}{8 \cdot \eta} \text{ Poiseuille}$$

$$7. R = \frac{\Delta p}{Q} \equiv \frac{\Delta V}{I} \text{ d'où } R_H = \frac{8 \cdot \eta \cdot L}{\pi R^4}$$