

Un fluide visqueux incompressible (de masse volumique μ) et de viscosité η est en écoulement laminaire permanent selon la direction OZ dans un tube cylindrique de rayon R , d'axe horizontal OZ et de longueur L . On note $K = p(0) - p(L)$ la perte de charge dans le tube. On a en tout point M de l'écoulement le champ Eulérien des vitesses $\vec{v} = v(M).\vec{e}_z$

1. Justifier que l'on considèrera le champ des vitesses indépendant de θ , pour $M(r, \theta, z)$
2. Montrer alors que $\vec{v}(M) = v(r).\vec{e}_z$
3. Montrer que l'accélération d'une particule de fluide est nulle en tout point M de l'écoulement.
4. Exprimer le champ des pressions p .
5. Établir la loi $v(r)$ en fonction de K , η , L et R puis en fonction de v_{Max} et R .
6. En déduire la loi de Poiseuille donnant l'expression du débit volumique en fonction des caractéristiques de la conduite et de K .
7. Comment définir la résistance hydrodynamique, quelles sont alors les relations sur les associations de résistances ?

On rappelle que $\Delta(U(r, \theta, z).\vec{e}_z) = \left[\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right] \cdot \vec{e}_z$