

1. incompressible donc $\overrightarrow{\text{div}v}(x,y) = 0$ c'est à dire $\frac{\partial v}{\partial x} = 0$ donc $\vec{v} = v(y).\vec{u}_x$.

2. $\vec{a} = \frac{D\vec{v}}{dt} = (\vec{v} \bullet \overrightarrow{\text{grad}})\vec{v} + \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{1}{2}.\overrightarrow{\text{grad}}(v^2) - \vec{v} \wedge \overrightarrow{\text{rot}}\vec{v} + \frac{\partial v}{\partial t} = v(y).\frac{\partial}{\partial x}.v(y).\vec{u}_x + \frac{\partial v}{\partial t} = 0$

Navier-Stokes donne $\overrightarrow{\text{grad}}(p) = \rho.\vec{g} + \eta.\vec{\Delta}\vec{v} = \rho.\begin{cases} 0 \\ -g \\ 0 \end{cases} + \eta.\begin{cases} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \\ 0 \\ 0 \end{cases}$ soit $dp = \eta.\frac{d^2 v}{dy^2}.dx - \rho.g.dy$. En intégrant

$$p(x,y) = \eta.\frac{d^2 v}{dy^2}.x - \rho.g.y + p_0$$

3. On sait que $\frac{\partial p}{\partial x} = -G$, par conséquent $\eta.\frac{d^2 v}{dy^2} = -G$ ce qui donne

$$v(y) = -\frac{G}{2.\eta}.y^2 + b.y + c$$

Les conditions initiales donnent $\begin{cases} v(0) = c = 0 \\ v(h) = -\frac{G}{2.\eta}.h^2 + b.h = V_0 \end{cases}$ soit $v(y) = -\frac{G}{2.\eta}.y^2 + \left(\frac{V_0}{h} + \frac{G.h}{2.\eta}\right).y$

4. $f_s = \eta.\frac{dv}{dy}$