

1. On applique la relation de Bernoulli entre un point A loin de la serre et un point P à la surface externe de la serre. On néglige l'effet de la pesanteur sur l'écoulement ($h \simeq C^{te}$) :

$$\frac{\mu}{2}.v_0^2 + p_0 = \frac{\mu}{2}.v(P)^2 + p_e(a, \theta) \text{ soit}$$

$$p_e(a, \theta) = p_0 + \frac{\mu}{2}.v_0^2.(1 - 4.\sin^2\theta)$$

La présence de la serre resserre les ligne de courants. On s'attend donc à une augmentation de la vitesse et donc une diminution de la pression au sommet de la serre, ce que l'on vérifie ici.

2. Il faut tenir compte des forces de pression dues à l'air de part et d'autre, soit :

$\vec{dF} = (p_i - p_e).dS.\vec{e}_r$. Comme il s'agit d'une base mobile, on va se ramener à une base fixe afin de pouvoir réaliser l'intégration.

$$\vec{e}_r = -\cos\theta.\vec{e}_x + \sin\theta.\vec{e}_z$$

3. On calcule les intégrales des deux composantes séparément, avec $dS = L.a.d\theta$

$$\begin{aligned} \vec{F} \cdot \vec{e}_x &= -L.a. \int_0^\pi \left(p_i - p_0 - \frac{\mu}{2}.v_0^2.(1 - 4.\sin^2\theta) \right). \cos\theta.d\theta \\ &= -L.a. \left[(p_i - p_0).\sin\theta - \frac{\mu.v_0^2}{2} \left(\sin\theta - \frac{4}{3}\sin^3\theta \right) \right]_0^\pi \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{F} \cdot \vec{e}_z &= L.a \int_0^\pi \left[(p_i - p_0) - \frac{\mu}{2}.v_0^2 \right] \sin\theta.d\theta + L.a. \int_0^\pi \frac{\mu}{2}.v_0^2.4.\sin^3\theta.d\theta \\ &= L.a \left((p_i - p_0) - \frac{\mu}{2}.v_0^2 \right) [-\cos\theta]_0^\pi + L.a.2.\mu.v_0^2 \frac{4}{3} \\ &= L.a. \left(2.(p_i - p_0) + \frac{5.v_0^2.\mu}{3} \right) \end{aligned}$$

4. ✓ Pour une ouverture à la base ($\theta = 0$ on aura $p_i = p_0 + \frac{\mu}{2}.v_0^2$, ce qui donne

$$\vec{F} \cdot \vec{e}_z = L.a. \frac{\mu}{2}.v_0^2 \left(2 + \frac{5}{3} \right) > 0$$

- ✓ Pour une ouverture à au sommet ($\theta = \frac{\pi}{2}$ on aura $p_i = p_0 - \frac{3\mu}{2}.v_0^2$, ce qui donne

$$\vec{F} \cdot \vec{e}_z = L.a. \frac{\mu}{2}.v_0^2 \left(-2.\frac{3}{2} + \frac{5}{3} \right) < 0$$

Or on recherche $\vec{F} \cdot \vec{e}_z < 0$ de manière à ce que la serre soit "plaquée" au sol. Il faudra donc réaliser un trou au sommet de la serre.