

1. On peut négliger la vitesse du fluide dans le récipient. Dans le tuyau, elle s'écrit par contre $\vec{v}(M, t) = v(M, t)\vec{u}_x$. Le fluide étant incompressible, on a $v(M, t).s = C^{te} = s.v(t)$. La vitesse est la même en tout point du tuyau. On peut intégrer l'équation d'Euler sur une ligne de courant du haut du récipient A jusqu'à la vanne C en passant par la jonction B récipient-conduit, ce qui nous donne alors

$$\int_A^C \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \cdot \vec{dl} + \left[\frac{v^2}{2} + \frac{p}{\mu} + g.z \right]_A^C = 0$$

$$\text{Or } \int_A^B \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \cdot \vec{dl} \equiv \int_C^B \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \cdot \vec{dl} = \frac{dv}{dt} \cdot L$$

De plus $P_A = P_C = P_{atm}$. On en déduit que

$$L \cdot \frac{dv}{dt} + \frac{v^2}{2} = g.h_0 = \frac{v_\infty^2}{2}$$

Par intégration

$$v(t) = v_\infty \cdot \frac{e^{\left(\frac{t}{\tau}\right)} + e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)}}{e^{\left(\frac{t}{\tau}\right)} - e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)}}$$

$$\text{avec } \tau = \frac{2.L}{v_\infty}$$