

On considère que le cylindre est animé d'un mouvement de rotation de vitesse angulaire $\Omega = \omega \cdot \vec{e}_z$ dans le référentiel $\mathcal{R}$. On admet qu'alors le champ de vitesse $\vec{v}(M)$ de l'écoulement bidimensionnel et irrotationnel a pour expression, en coordonnées polaires :

$$\vec{v}(M) = \left(A - \frac{B}{r^2} \right) \cos\theta \vec{e}_r + \left[\frac{K}{r} - \left(A + \frac{B}{r^2} \right) \sin\theta \right] \vec{e}_\theta$$

A , B et K étant des constantes, $K = a^2 \cdot \omega$.

1. A partir des conditions aux limites vérifiées par ce champ de vitesses pour $r \rightarrow a$ et pour $r \rightarrow \infty$, déduire les expressions des constantes A et B en fonction de v_0 et a .
2. Déterminer, selon les valeurs du paramètre $\alpha = \frac{K}{a \cdot v_0}$, le nombre et la position des points d'arrêt surface du cylindre. En déduire dans chaque cas l'allure des lignes de courant autour du cylindre.
3. Appliquer le théorème de Bernoulli entre un point à l'infini et un point à la surface du cylindre. En déduire l'expression de la pression P en un point de la couche fluide en contact avec la surface du cylindre en fonction de ρ , v_0 , α , θ et P_0 étant la pression du fluide loin de l'aile.
4. Déterminer la force $\vec{F}_M$, dite force de Magnus, exercée par le fluide sur une portion de longueur h du cylindre en fonction de ρ , v_0 , K et h .
On rappelle que $\int_0^{2\pi} \cos^3\theta \cdot d\theta = \int_0^{2\pi} \sin^3\theta \cdot d\theta = 0$
5. Quel sera le sens choisi pour le vecteur rotation $\vec{\Omega}$ (donc le signe de ω) afin que ce modèle explique la portance d'une aile d'avion ?