1. En appliquant la relation de Bernoulli sur une ligne de courant entre la surface libre et l'ouverture de la bouteille, en considérant que $s \ll S$, on obtient $v = \sqrt{2.g.\left(h_0 - H\right)}$

2. L'air emprisonné dans la bouteille voit son volume augmenter, la pression va donc diminuer. L'équilibre de la masse d'eau pourra donc avoir lieu, la pression en dessous devenant nettement plus élevée que celle au dessus.

3.

✓ Pour la masse d'eau on applique alors le principe de la statique des fluides : $p - \rho.g.z = C^{te}$ pour un fluide incompressible avec l'axe OZ orienté vers le bas, ce qui donne ici
$p - \rho.g.h = p_0 - \rho.g.H$

✓ Pour les n moles de gaz la transformation a été isotherme entre le début et la fin de l'écoulement : $p_0.S.h_0 = p.S.h$.
On en déduit que $p = p_0.\dfrac{h_0}{h}$

✓ A l'aide des deux relations, on obtient donc l'équation du second degré $\rho.g.h^2 + \left(p_0 - \rho.g.h_0\right).h - p_0.h_0 = 0$
Avec $\Delta = \left(p_0 - \rho.g.h_0\right)^2 + 4.p_0.\rho.g.h_0^2$
On obtient donc les racines $h = \dfrac{-\left(p_0 - \rho.g.h_0\right) \pm \sqrt{\Delta}}{2.\rho.g}$
Mais seule la racine positive $h = \dfrac{-\left(p_0 - \rho.g.h_0\right) + \sqrt{\Delta}}{2.\rho.g}$ est envisageable.