

1. On effectue un bilan sur le système fermé associé au système ouvert ( $S$ )

$$\vec{p}^*(t+dt) - \vec{p}^*(t) = D_m(v_2 - v_1) \text{ avec } D_m = \mu.S.v_1 = \mu.s.v_2 = \mu.D_v.$$

$$\text{Soit } \vec{p}^*(t+dt) - \vec{p}^*(t) = \mu.D_v.dt \cdot \left( \frac{D_v}{s} - \frac{D_v}{S} \right) = \mu.D_v^2.dt \cdot \frac{1}{S} \cdot (\alpha - 1)$$

2. L'écoulement étant supposé parfait, stationnaire pour un fluide incompressible, on peut appliquer la relation de Bernoulli

$$\checkmark \frac{v_1^2}{2} + g.z_1 + \frac{p_1}{\mu} = \frac{v_2^2}{2} + g.z_2 + \frac{p_{atm}}{\mu}, \text{ soit}$$

$$p_1 = p_{atm} + \frac{1}{2}\mu \cdot (v_2^2 - v_1^2)$$

$$\checkmark \text{ On a } z_1 \equiv z_2, p_2 = p_{atm} \text{ . On peut donc écrire}$$

$$\text{On en déduit que } p_1 = p_{atm} + \frac{1}{2}\mu \cdot \frac{D_v^2}{S^2} (\alpha^2 - 1)$$

3. Pour le système fermé étudié, les forces s'appliquant à ce système sont

$$\checkmark \text{ Les forces de pression de l'eau aux interfaces : } \vec{F}_p = (+S.p_1 - s.p_2) \cdot \vec{e}_x, \text{ soit}$$

$$\vec{F}_p \cdot \vec{e}_x = S \left[ p_{atm} + \frac{1}{2}\mu \cdot \frac{D_v^2}{S^2} (\alpha^2 - 1) \right] - s.p_{atm}$$

$$\vec{F}_p \cdot \vec{e}_x = S.p_{atm} \cdot \left( 1 - \frac{1}{\alpha} \right) + \frac{1}{2}\mu \cdot \frac{D_v^2}{S^2} (\alpha^2 - 1)$$

$$\checkmark \text{ La résultante des forces exercées par l'embout sur l'eau : } \vec{F} \cdot \vec{e}_x = F_{embout \rightarrow eau}$$

On applique alors le PFD, ce qui donne selon  $\vec{e}_x$  :

$$\frac{\vec{p}^*(t+dt) - \vec{p}^*(t)}{dt} = \vec{F}_p \cdot \vec{e}_x + \vec{F}_{embout \rightarrow eau} \cdot \vec{e}_x$$

$$F_{lance \rightarrow eau} = \frac{-\mu \cdot D_v^2}{2.S} \cdot (\alpha - 1)^2 - p_{atm} \cdot S \cdot \left( 1 - \frac{1}{\alpha} \right)$$

4. Le pompier doit donc "retenir" la lance. On peut imaginer également un embout emboîté au tuyau, cet embout aura tendance à être projeté vers l'avant. Il faut donc le retenir.