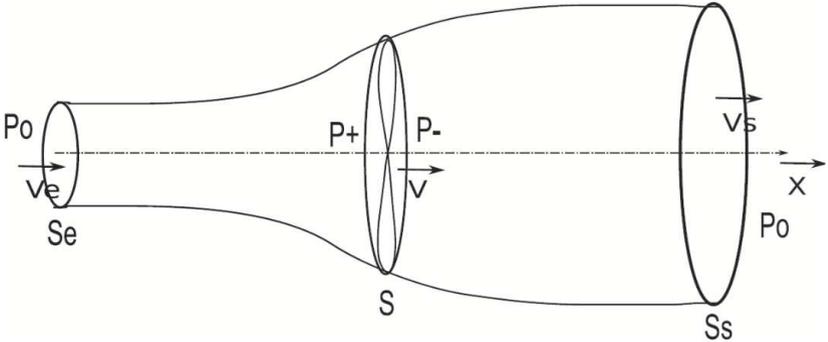


On étudie une éolienne constituée d'une roue à pâles installée au sommet d'un pylône. On considèrera l'écoulement homogène stationnaire et incompressible du fluide de masse volumique  $\rho = 1,4 \text{ kg.m}^{-3}$  avant et après le passage au travers de l'hélice. On considère un tube de courant délimité par les bordes des pâles balayant une section  $S$ . On note  $\vec{v}_e$  la vitesse du fluide en amont de l'éolienne et  $\vec{v}_s$  celle du fluide en aval. La vitesse moyenne du fluide au niveau des pâles est notée  $\vec{v}$ .

Si  $\vec{v}_e$  est une donnée du problème correspondant à la vitesse du vent, les autres grandeurs sont a priori inconnues. On note  $S_e$  et  $S_s$  les section à l'entrée et en sortie du tube de courant.  $p_+$  et  $p_-$  sont les pressions respectivement avant et après la section  $S$ .



1. Interpréter le caractère incompressible de l'écoulement permettant de relier les différentes vitesse et section
2. Interpréter le caractère homogène stationnaire et incompressible de l'écoulement permettant de relier  $p_+$ ,  $p_0$ ,  $v_e$ ,  $v$  et  $\rho$  d'une part,  $p_-$ ,  $p_0$ ,  $v_s$ ,  $v$  et  $\rho$  d'autre part.
3. Effectuer un bilan de quantité de mouvement sur un volume de contrôle étroit situé juste autour de l'hélice. En déduire que  $\vec{F}_{helice \rightarrow fluide} = (p_- - p_+) \cdot S \cdot \vec{e}_x$
4. Effectuer un bilan de quantité de mouvement sur un volume de contrôle à l'intérieur du tube de courant. En déduire une relation entre  $p_+$ ,  $p_-$ ,  $v_e$ ,  $v_s$ ,  $\rho$  et  $v$ .

La résultante des forces de pression pour ce système  $\oint_{\Sigma} p_0 \cdot d\vec{S} = \vec{0}$

5. En déduire que  $v = \frac{v_e + v_s}{2}$
6. Effectuer un bilan énergétique sur un volume de contrôle à l'intérieur du tube de courant. En déduire que la puissance reçue par l'éolienne se met sous la forme  $\rho \frac{v_e^2}{2} \cdot S \cdot v_e \cdot f\left(\frac{v_s}{v_e}\right)$  où on exprimera la fonction  $f(x)$  avec  $x = \frac{v_s}{v_e}$
7. On imagine le tube de courant de section  $S$  correspondant à l'écoulement de l'air en l'absence d'éolienne. Exprimer la puissance cinétique associée à l'écoulement dans ce tube de courant, notée  $\mathcal{P}_0$
8. Justifier que  $f(x)$  porte le nom de rendement aérodynamique. Déterminer la valeur optimale de  $x$ . Exprimer la puissance maximale reçue par l'éolienne de diamètre  $D = 80 \text{ m}$  avec un vent de  $10 \text{ m.s}^{-1}$
9. Calculer dans cette condition le rapport  $\frac{S_s}{S}$ . En déduire la distance minimale  $L$  entre deux éoliennes placées sur un axe orthogonal au sens du vent.