

Une fusée éjecte des gaz par combustion vers le bas avec une vitesse de norme u par rapport à la fusée et un débit massique $D_m = 140 \text{ kg.s}^{-1}$ constant. Elle embarque initialement une masse $m_0 = 150 \text{ tonnes}$ de gaz.

1. En vous ramenant à un système fermé, déterminer la variation de quantité de mouvement $\delta \vec{p}$ de ce système pendant une durée élémentaire dt , en se limitant à des termes infiniment petits d'ordre 1.
2. La fusée étant soumise à l'attraction terrestre, supposée uniforme, montrer que la vitesse $\vec{v}$ vérifie l'équation différentielle
$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{g} - \frac{D_m}{m} \cdot \vec{u}.$$
3. En déduire la vitesse minimale u_{min} afin que la fusée décolle. On prendra par la suite $u = 1,2 * u_{min}$.
4. Exprimer la masse de la fusée $m(t)$ en fonction de m_0 , D_m et t .
5. En déduire l'évolution de la vitesse en fonction du temps, pendant la phase de propulsion. Discuter de ce résultat.