**1.** Il s'agit d'un état stationnaire car le vecteur courant de densité de probabilité $\overrightarrow{j}$ est indépendant du temps.
On a $g(t) = e^{\frac{-i.E}{\hbar}t}$

**2.** $\varphi(x) = A.e^{K.x} + B.e^{-K.x}$. Il n'y aura pas divergence de la solution si $A = 0$
L'onde associée dans ce domaine est évanescente

**3. Solutions hors du puits**

- ✓ On définit $K = \dfrac{\sqrt{2.m.(V_0 - E)}}{\hbar}$
- ✓ La forme générale de la solution est $\varphi(x) = C_1.e^{K.x} + C_2.e^{-K.x}$
- ✓ Physiquement la fonction d'onde ne peut pas tendre vers infini
- ✓ Hors d'un puits de potentiel fini au niveau duquel se trouve le quanton d'énergie $E < V_0$, les solutions de la fonction d'onde propre sont des solutions évanescentes qui ne peuvent diverger :

$$\varphi\left(x \leqslant \frac{-a}{2}\right) = A.e^{K.x} \varphi\left(x \geqslant \frac{a}{2}\right) = B.e^{-K.x}$$

**Solutions dans puits** : $\dfrac{\partial^2\varphi(x)}{\partial x^2} + \dfrac{2.m.E}{\hbar^2}.\varphi(x) = 0$
Seules les conditions aux limites diffèrent du puits infini. La forme générale de la solution est identique.

$\varphi\left(x \leqslant \frac{-a}{2}\right) = C.cos\,(k.x) + D.sin\,(k.x)$ avec $k = \dfrac{\sqrt{2.m.E}}{\hbar}$

**Exploitation des CAL**

On exploite la continuité de $\phi(x)$ et $\dfrac{d\varphi}{dx}$ en $x = \pm\dfrac{a}{2}$
On arrive alors au système d'équations suivants :

**Continuité de $\varphi(x)$**
$$\begin{cases} A.e^{\frac{-K.a}{2}} = C.cos\left(\frac{k.a}{2}\right) - D.sin\left(\frac{k.a}{2}\right) \\ B.e^{\frac{-K.a}{2}} = C.cos\left(\frac{k.a}{2}\right) + D.sin\left(\frac{k.a}{2}\right) \end{cases}$$

**Continuité de $\dfrac{d\varphi}{dx}$**
$$\begin{cases} A.K.e^{\frac{-K.a}{2}} = C.k.sin\left(\frac{k.a}{2}\right) + D.k.cos\left(\frac{k.a}{2}\right) \\ B.K.e^{\frac{-K.a}{2}} = C.k.sin\left(\frac{k.a}{2}\right) - D.k.cos\left(\frac{k.a}{2}\right) \end{cases}$$

**4.** La symétrie de la cause engendre la symétrie des effets.
La densité de probabilité de présence $|\varphi(x)|^2$ doit donc être une fonction symétrique
$\varphi(x)$ est donc nécessairement une fonction paire ou impaire.

**Modes symétriques**

- ✓ Ils correspondent à $A = B$ et $D = 0$
- ✓ La résolution donne $\dfrac{K.a}{2} = \dfrac{k.a}{2}.tan\left(\dfrac{k.a}{2}\right)$

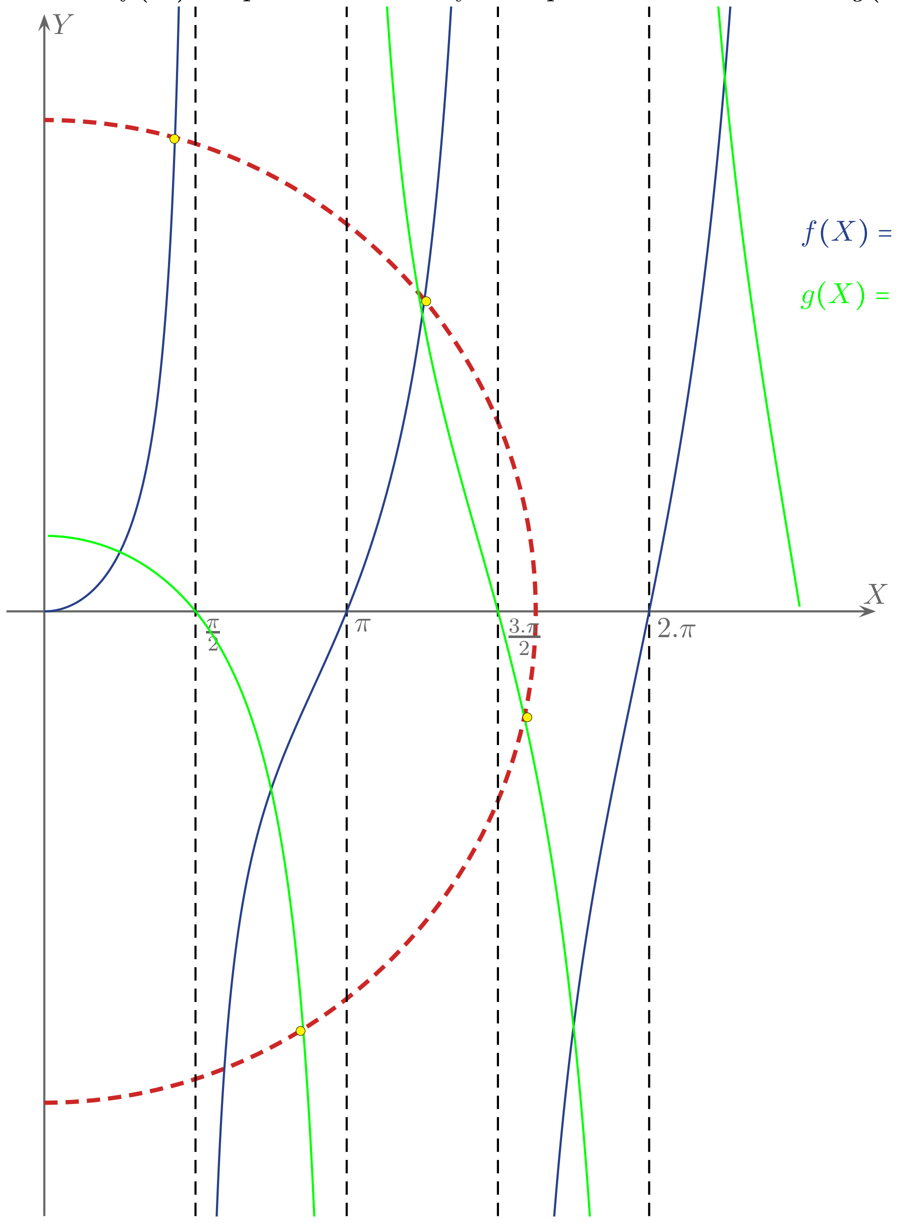
**Modes antisymétriques**

- ✓ Ils correspondent à $A = -B$ et $C = 0$
- ✓ La résolution donne $\dfrac{K.a}{2} = -\dfrac{k.a}{2}.\dfrac{1}{tan\left(\frac{k.a}{2}\right)}$

**Interprétation graphique**

- ✓ On pose $X = \dfrac{k.a}{2}$ et $Y = \dfrac{K.a}{2}$
- ✓ $k = \dfrac{\sqrt{2.m.E}}{\hbar}$ et $K = \dfrac{\sqrt{2.m.(V_0 - E)}}{\hbar}$ donc $x^2 + y^2 = \dfrac{L^2.m.V_0}{2.\hbar^2} = R^2$
- ✓ Mode symétrique : $Y = f(X) = X.tan(X)$
- ✓ Mode antisymétrique : $Y = -g(X) = -\dfrac{X}{tan(X)}$

La recherche des modes se fera par résolution graphique. On recherchera l'intersection du cercle de rayon $R$ avec la fonction $f(X) > 0$ pour les modes symétriques ou avec la fonction $g(X) < 0$ pour les modes antisymétriques.




Il existe dans ce cas 4 modes correspondant à 4 valeurs quantifiées de l'énergie du quanton.