

On considère une particule d'énergie E dans un puits de potentiel tel que $V(x) = \begin{cases} |x| < \frac{a}{2} : V(x) = 0 \\ |x| > \frac{a}{2} : V(x) = V_0 \end{cases}$, avec $E < V_0$. On

recherche les solutions correspondant aux états stationnaires pour la particule. Cette solution doit vérifier l'équation de Schrödinger $i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + V(x) \cdot \Psi$.

On pose $k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$ et $K = \frac{\sqrt{2m(V_0 - E)}}{\hbar}$

1. On propose la solution $\Psi(x, t) = \varphi(x) \cdot g(t)$. Expliquer pourquoi on qualifie les états associés de stationnaires et déterminer l'expression de $g(t)$ en fonction de E .
2. On se place en dehors du puits ($|x| > \frac{a}{2}$). Décrire alors la forme générale de la solution $\varphi(x)$ sachant que la solution ne peut diverger si $x \rightarrow \infty$. Comment nommer l'onde associée à cette solution ?
3. On se place dans le puits ($|x| < \frac{a}{2}$)
 - ✓ Déterminer la forme générale de la solution $\varphi(x)$
 - ✓ Traduire la continuité de $\varphi(x)$ et $\varphi'(x)$ par 4 équations.
 - ✓ En s'appuyant sur des considérations de symétrie, montrer que $\varphi(x)$ est nécessairement paire ou impaire.
 - ✓ Dans chacun des cas, en déduire une relation entre K et k
 - ✓ On pose $X = \frac{k \cdot a}{2}$ et $Y = \frac{K \cdot a}{2}$. On a représenté en trait plein les fonctions $Y = X \cdot \tan X$ et $Y = \frac{X}{\tan X}$ ainsi que le cercle en trait pointillé $X^2 + Y^2 = \frac{m \cdot a^2 \cdot V_0}{2 \cdot \hbar^2}$.

Positionner sur ce graphe les points correspondants aux modes propres pour la particule.

- ✓ Combien de niveaux d'énergie sont accessibles pour cette particule ?

