$$1. \frac{A}{Z+2}X \rightarrow \frac{A-4}{Z}Y + \frac{4}{2}He$$

2. La cohésion du noyau est possible grâce à l'interaction forte (à très faible distance). Plus le noyau est lourd, plus la répulsion électrostatique entre les protons tend à déstabiliser le noyau.

3. L'énergie produite correspond à la perte de masse au cours de la réaction : $Q = (m_X - m_Y - m_\alpha) \cdot c^2$

On peut considérer que cette énergie se retrouve sous forme d'énergie cinétique du noyau fils et de la particule α . Cette dernière étant bien moins lourde, on peut considérer qu'elle aura seule une énergie cinétique non nulle :

$$E_c \equiv Q = 4,84 \text{ MeV}$$

On en déduit alors la vitesse dans le cadre de la mécanique classique : $v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m_\alpha}} = 1,53 \cdot 10^7 \text{ m.s}^{-1}$. On est à la limite du domaine de validité de la mécanique classique...

4. Il s'agit d'une interaction entre une charge $2.e$ et une charge $Z.e$:

$$V(r) = \frac{Z \cdot e^2}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r}$$

5. D'après le texte, $R = r_0 \cdot A^{1/3}$ avec $r_0 = 1,2 \text{ fm}$.

L'énergie maximale de la barrière sera obtenue pour $r = R$, soit $E_m = \frac{Z \cdot e^2}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r_0 \cdot A^{1/3}}$

Le rayon de sortie de la barrière est tel que $V(R_e) = E$, soit $R_e = \frac{Z \cdot e^2}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot E}$

Ici $A = 226$ et $Z = 86$ (noyau fils avec 2 protons en moins), $E = 4,9 \text{ MeV}$ alors

$$R = 7,3 \text{ fm}, E_m = 34 \text{ MeV}, R_e = 51 \text{ fm}$$

La largeur de barrière à franchir est donc importante devant la taille du noyau.

6. La particule a initialement une énergie $E_0 \equiv -40 \text{ MeV}$ dans le noyau. Son énergie cinétique une fois libérée est E qui doit correspondre à son énergie totale dans le noyau :

$$E = E_0 + \frac{1}{2} M_\alpha \cdot v^2$$

Elle avait donc dans le noyau une vitesse $v = \sqrt{\frac{2 \cdot (E - E_0)}{m_\alpha}} = 4,7 \cdot 10^7 \text{ m.s}^{-1}$

Il lui faut un temps $\tau = \frac{2 \cdot R}{v}$ pour aller d'une limite à l'autre de la barrière et $f = \frac{1}{\tau}$, ce qui donne $f \equiv 3.1021 \text{ Hz}$

7. Cette loi en décroissance exponentielle de franchissement de la barrière est valide dès que l'épaisseur de la barrière est supérieure à plusieurs $\delta = \frac{1}{K}$

Pour le Radon : $\delta = 0,42 \text{ fm}$ pour une largeur de barrière $R_e - R = 43 \text{ fm}$. On est donc bien dans ces conditions.

$$8. t_{1/2}(E) = \frac{\ln 2}{f} \exp \left[4 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{E_l}{E}} - 8 \cdot \sqrt{\frac{Z \cdot R}{r_l}} \right] = 2 \cdot 10^{15} \text{ ans avec}$$

$$r_l = \frac{\epsilon_0 \cdot h^2}{\pi \cdot m_\alpha \cdot e^2} = 7,3 \text{ fm et } E_l = \frac{e^2}{8 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r_l} = 0,1 \text{ MeV}$$

9. Cette loi est bien cohérente et permet de déterminer $C_1 = \frac{\ln 2}{f} \cdot e^{-8 \cdot \sqrt{\frac{Z \cdot R}{r_l}}}$ et $C_2 = 4 \cdot \pi \cdot Z \cdot \sqrt{E_l}$