1. On propose une solution stationnaire sous la forme $\Psi(x,t) = \phi(x).e^{\frac{-iE}{\hbar}t}$ L'équation de Shröedinger donne l'équation $\dfrac{d^2\phi}{dx^2} + \dfrac{2.m.(E - V(x))}{\hbar^2}\phi = 0$

- ✓ Pour $x < 0$, $\dfrac{d^2\phi}{dx^2} + k^2\phi = 0$ donc $\phi(x) = A.e^{ikx} + B.e^{-ikx}$ ou $\Psi(x,t) = A.e^{i\left(kx - \frac{E}{\hbar}t\right)} + B.e^{i\left(-kx - \frac{E}{\hbar}t\right)}$
- ✓ Pour $x > 0$, $\dfrac{d^2\phi}{dx^2} + K^2\phi = 0$ car $E > V_0$ donc $\phi(x) = C.e^{ikx} + D.e^{-ikx}$ ou $\Psi(x,t) = C.e^{i\left(Kx - \frac{E}{\hbar}t\right)} + D.e^{i\left(-Kx - \frac{E}{\hbar}t\right)}$

2. On reconnait les formes des ondes progressives

- ✓ dans le sens croissant $\Psi_i(x,t) = A.e^{i\left(kx - \frac{E}{\hbar}t\right)}$ où on pose $A = \Psi_0$ donc $\Psi_i(x,t) = \psi_0.e^{i\left(kx - \frac{E}{\hbar}t\right)}$
- ✓ dans le sens décroissant $\Psi_r(x,t) = B.e^{i\left(-kx - \frac{E}{\hbar}t\right)}$ où on pose $B = r.\Psi_0$ donc $\Psi_r(x,t) = r.\psi_0.e^{i\left(-kx - \frac{E}{\hbar}t\right)}$
- ✓ Dans le domaine $x > 0$, l'onde ne peut que se propager dans le sens croissant, donc $D = 0$. On pose $C = \tau.\Psi_0$, alors$\Psi_t(x,t) = \tau.\psi_0.e^{i\left(Kx - \frac{E}{\hbar}t\right)}$

3. On exploite la continuité de $\phi(x)$ et $\dfrac{d\phi(x)}{dx}$ à l'interface $x = 0$, ce qui donne $\left|\begin{array}{l} 1 + r = \tau \\ k.(1 - r) = K.\tau \end{array}\right.$, ce qui amène à : $\tau = \dfrac{2.k}{k + K}$ et $r = \dfrac{k - K}{k + K}$

4. On a pour $x < 0$ la densité de probabilité $\rho = \left|\Psi_0^2\left(e^{ikx} + r.e^{-ikx}\right)^2.e^{\frac{-2.iE}{\hbar}t}\right| = \Psi_0^2.\left[1 + r^2 + r.\left(e^{2ikx} + e^{-2ikx}\right)\right]$

Donc $\rho = 1 + r^2 + 2.r.cos(2kx)$

On obtient donc une densité de probabilité maximum si $2kx = 0 \ (2\pi)$ et minimum si $2kx = \pi \ (2\pi)$, correspondant à des phénomènes d'interférence entre l'onde incidente et l'onde réfléchie.

5. Dans le cadre de la mécanique classique, la probabilité de transmission de la particule aurait été égale à 1.