Le noyau de l'atome d'hydrogène est associé à une particule de masse $m = \dfrac{m_N.m_P}{m_N + m_P}$ soumise au potentiel de Yukawa modélisant l'interaction nucléaire et dont l'allure est fournie ci-contre.
On observe que le seul état lié pour ce noyau correspond à une énergie de liaison $E_l = -2,2\ MeV$
L'ordre de grandeur de la portée de l'interaction nucléaire est $a \simeq 1\ fm$ correspondant au rayon du noyau.
On définit $q = \dfrac{\sqrt{-2.m.E}}{\hbar}$ et $k = \dfrac{\sqrt{2.m.(E+V_0)}}{\hbar}$

1. Proposer une modélisation sous forme de potentiels constants par morceaux pour le potentiel de Yukawa avec trois régions distinctes : $x < 0$, $0 < x < 2.a$ et $x \geqslant 2.a$.
2. Donner la forme générale des fonctions d'onde pour les trois régions de l'espace.
3. Déterminer l'équation de quantification en exploitant les conditions de raccordement de la forme $k.f(\alpha.k.a) = -q$. Préciser la fonction f et la valeur de α
4. Montrer que cette égalité est vérifiée pour $|sin(\alpha k a)| = \dfrac{k}{k_0}$. Exprimer k_0 et préciser la seconde condition que doit vérifier $\alpha.k.a$.
5. Donner l'ordre de grandeur de $\dfrac{k}{k_0}$ afin que qu'il n'existe qu'un seul état lié d'énergie E_l. En déduire une condition liant E_l et V_0. Déterminer la valeur approchée de V_0.