

1. Cette particule n'est soumise à aucun champ de force. Son énergie potentielle $V(x)$ est donc constante. On peut choisir cette constante que l'on prend égale à 0.
2. A une particule libre sont associés des états stationnaires. On cherche donc une solution sous la forme $\varphi(x, t) = \varphi(x) \cdot g(t)$
3. On injecte la solution dans l'équation de Schrödinger

$$(i \cdot \hbar \cdot g') \times \varphi = \underbrace{g \cdot \left(-\frac{\hbar^2}{2 \cdot m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right)}_{C^{te} / \text{temps} = E} \times \varphi$$

✓ D'une part $g' + \frac{i \cdot E}{\hbar} \cdot g = 0$ donc $g = g_0 \cdot e^{i \cdot \frac{E}{\hbar} t}$

✓ D'autre part en reprenant l'équation de Schrödinger et en considérant la solution $g(t)$:

$$i \cdot \hbar \cdot \left(-\frac{i \cdot E}{\hbar} \cdot g \right) \cdot \varphi = -g \cdot \frac{\hbar^2}{2 \cdot m} \cdot \ddot{\varphi}$$

$$\ddot{\varphi} + \frac{E \cdot 2 \cdot m}{\hbar^2} \cdot \varphi = 0$$

Soit en posant $k = \frac{\sqrt{2 \cdot E \cdot m}}{\hbar}$: $\varphi = [A_1 \cdot e^{i \cdot k \cdot x} + A_2 \cdot e^{-i \cdot k \cdot x}]$

Au final, la solution proposée correspond bien à un cas particulier de la forme générale obtenue.

4. Par analogie à l'étude des OPPH, on sait que $v_\varphi = \frac{\omega}{k}$ avec ici $\omega \equiv \frac{E}{\hbar}$

Pour la particule non relativiste, $E = E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ donc $k = \frac{\sqrt{2 \cdot E \cdot m}}{\hbar} = \frac{m \cdot v}{\hbar}$ soit $v_\varphi = \frac{v}{2}$

La vitesse de propagation de l'onde de de Broglie ne correspond donc pas à la vitesse de déplacement de la particule !

5. On a $\mathcal{P} = |\varphi(x, t)|^2 = \varphi_0^2 = C^{te}$. Il s'agit donc d'un état, t qui n'évolue pas avec le temps, d'où le terme d'état stationnaire.
6. $\int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{P} \cdot dx \rightarrow \infty$. Cette fonction d'onde n'est donc pas normalisable.

La probabilité de trouver la particule en x est donc indépendante de x ... la particule peut donc se trouver n'importe où !

En fait la solution imaginée n'a pas de sens physique, il faudra associer un paquet d'onde à une particule.