Décalage en fréquence

1. On va raisonner sur la durée $\dfrac{\Delta t_1}{2}$ correspondant à la durée entre l'émission de l'impulsion et son interaction avec la voiture.

   La distance parcourue par l'impulsion est alors $d_0 - v_0.\dfrac{\Delta t_1}{2}$, à la vitesse c.

   On a donc $c.\dfrac{\Delta t_1}{2} = d_0 - v_0.\dfrac{\Delta t_1}{2}$ soit $\boxed{\Delta t_1 = \dfrac{2.d_0}{c+v_0}}$

2. Il s'agit du même raisonnement sauf que la voiture se trouvait à une distance $d_1 = d_0 - v_0.T$ à l'instant d'émission de l'impulsion. On a donc :

   $\boxed{\Delta t_2 = \dfrac{2.d_1}{c+v_0} = \dfrac{2.(d_0 - v_0.T)}{c+v_0}}$

3. La période T' correspond à la durée entre deux réceptions d'impulsions. Or :

   ✓ La première impulsion est reçue à l'instant $t_1 = \Delta t_1$

   ✓ La seconde impulsion est reçue à l'instant $t_2 = T + \Delta t_2$

   On a donc $T' = T + \Delta t_2 - \Delta t_1 = T - \dfrac{2.v_0.T}{v_0 + c} = T.\dfrac{c - v_0}{c + v_0}$

   Par conséquent $\boxed{f' = f.\dfrac{c+v_0}{c-v_0}}$

Mesure

1. On en déduit l'expression de la vitesse : $v_0 = c.\dfrac{f'-f}{f+f'} = 340.\dfrac{6,2}{40} = 10,7\ m.s^{-1} = 38,5\ km.h^{-1}$

   On a $v = \alpha.\dfrac{y-x}{y+x}$ soit $\sigma_v = c.\dfrac{1}{(f+f')^2}\sqrt{(2.f'.0,05.f)^2 + (2.f.0,05.f')^2} = \dfrac{c}{(f+f')^2}\sqrt{2.(0,1.f'.f)^2} = 12\ m.s^{-1}$

   On s'aperçoit donc que l'incertitude sur la mesure dépasse la valeur de la mesure elle-même....

2. Un autre technologie utilise le principe de la détection synchrone. On mesure alors simultanément la fréquence f et la fréquence f_{sync} du signal à la sortie du détecteur.

   ✓ $v_0 = c.\dfrac{f_{sync}}{2.f + f_{sync}} = 9,98\ m.s^{-1} = 35,9\ km.h^{-1}$.

   ✓ Cela amène à $f' = f + f_{sync} = (45,9 \pm 2,3)\ kHz$ qui a bien un ensemble commun avec la valeur mesurée directement $f' = (46,2 \pm 2,3)\ kHz$

   ✓ On a alors les deux grandeurs $y = 2.f$ et $x = f_{sync}$. On en déduit la vitesse $v = c.\dfrac{y}{y+2.x}$

   Avec $\sigma y = 0,05.80 = 4\ kHz$ et $\sigma x = 0,05.5,9 = 0,295\ kHz$

   Cela donne donc une incertitude $\sigma v = \dfrac{340}{(2420+80000)^2}\sqrt{2.(0,1.2420.80000)^2} = 1,37\ m.s^{-1} = 4,3\ km.h^{-1}$

   Ce qui donne $v = (35,9 \pm 4,3)\ km.h^{-1}$

3. Il est évident que la détection synchrone est la seule technologie permettant une mesure suffisamment précise de la vitesse.