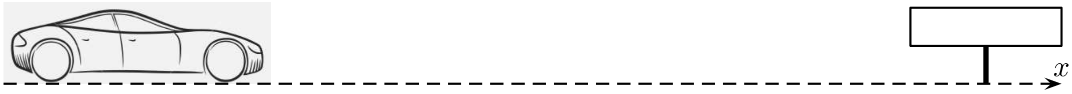
On étudie le fonctionnement d'un radar. On considère le radar (fixe) et une voiture situés sur un axe $0x$. Le radar émet un signal ultra-sonore à une fréquence $f_0 = 40\ kHz$. Une partie de ce signal est réfléchi par la carrosserie de la voiture et renvoyé vers le radar.
On note $\overrightarrow{v_0} = v_0.\overrightarrow{e_x}$ la vitesse de la voiture et d_0 la distance entre la voiture et le radar à l'instant pris comme origine.
On note $c = 340\ m.s^{-1}$ la vitesse de propagation des ultrasons.



Décalage en fréquence - Étude d'impulsions

1. On considère le signal de fréquence f_0 constitué d'une impulsion par période. Une impulsion est émise à l'instant $t = 0$ par le radar. Déterminer la durée Δt_1 d'aller-retour de cette impulsion réfléchie par la voiture. *Il faut bien prendre en compte à la fois la propagation de l'onde et le déplacement de la voiture. Il peut être intéressant de déterminer l'instant où l'onde se réfléchie sur la voiture pour en déduire* Δt_1.
2. Déterminer de même la durée Δt_2 d'aller-retour de l'impulsion suivante émise par le radar. *Si vous exprimez la distance* d_2 *entre le radar et la voiture au moment de l'émission de la seconde impulsion .... il est alors possible d'exploiter le calcul précédent.*
3. Exprimer la période T' des impulsions réfléchies arrivant sur le récepteur du radar. *Attention à bien définir cette période et la relier rigoureusement aux durées précédentes...*
4. Montrer que fréquence f' du signal reçu au niveau du radar a pour expression $f' = f.\left(\dfrac{c+.v_0}{c-v_0}\right)$

Décalage en fréquence - Propagation d'une onde harmonique

On définit une onde incidente issue de la source $\underline{s}_i(x,t) = S_0.e^{i(\omega t + k.x)}$ et l'onde réfléchie par la carrosserie $\underline{s}_r(x,t) = \underline{S}_{0r}.e^{i(\omega t - k.x)}$ avec $k = \dfrac{\omega}{c}$
On admet que dans l'hypothèse où $v \ll c$, on peut écrire qu'à l'abscisse x_c où se situe la carrosserie, $\underline{s}_{tot}(x_c^-, t) = 0$

1. Exprimer $\underline{S}_{0r}$ en fonction de S_0, k et x_c, puis en fonction de S_0, k, v_0 et d'une phase constante φ_0
2. En déduire l'expression de la vibration réfléchie arrivant au récepteur
3. Montrer que cette vibration peut se mettre sous la forme $\underline{s}_R(t) = S_0.e^{i(\omega' t + \varphi_0)}$, exprimer ω' en fonction de ω, v_0 et c
4. en exploitant l'hypothèse $v \ll c$, retrouver l'expression $f' = f.\left(\dfrac{c+.v_0}{c-v_0}\right)$

Mesure

On dispose d'un fréquencemètre permettant d'effectuer des mesures avec une précision relative de 5%.
Nous allons comparer la précision associée à deux méthodes de mesure de la vitesse de la voiture par effet Doppler.

1. Une technologie consiste à mesurer simultanément la fréquence f et la fréquence f'. La vitesse est alors déduite de ces deux fréquences.On mesure $f' = 42,6\ kHz$ est mesurée. En déduire la valeur encadrée de la vitesse de la voiture.
2. Un autre technologie utilise le principe de la détection synchrone. Elle permet d'obtenir un signal de fréquence $f_{sync} = |f - f'|$. On mesure alors simultanément la fréquence f et la fréquence f_{sync} du signal à la sortie du détecteur.
   - ✓ Exprimer v_0 en fonction de c, f et f_{sync}.
   - ✓ On mesure $f_{sync} = 2420\ Hz$. En déduire la valeur encadrée de la vitesse de la voiture.
3. En tant que ingénieur, quelle technologie proposez-vous de développer ?

Données

On rappelle l'expression de l'incertitude σ_z obtenue par mesure des grandeurs x et y avec des incertitudes de mesure associées σ_x et σ_y, pour différentes fonction $z(x,y)$:
(On pose α une constante)

Fonction	Incertitude
$z = \alpha.x.y$	$\dfrac{\sigma_z}{z} = \sqrt{\left(\dfrac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\dfrac{\sigma_y}{y}\right)^2}$
$z = \alpha.\dfrac{y}{x}$	$\dfrac{\sigma_z}{z} = \sqrt{\left(\dfrac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\dfrac{\sigma_y}{y}\right)^2}$
$z = \alpha.\left(\dfrac{y-x}{y+x}\right)$	$\sigma_z = \alpha.\dfrac{1}{(x+y)^2}\sqrt{(2.y.\sigma_x)^2 + (2.x.\sigma_y)^2}$
$z = \alpha.\left(\dfrac{x}{y+x}\right)$	$\sigma_z = \alpha.\dfrac{1}{(x+y)^2}\sqrt{(y.\sigma_x)^2 + (x.\sigma_y)^2}$
$z = \alpha.(x \pm y)$	$\sigma_z = \alpha.\sqrt{(\sigma_x)^2 + (\sigma_y)^2}$