1. A partir de l'équation d'Euler, pour un écoulement supposé incompressible et dans le cas de variations très faibles, on obtient $\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0$ avec $c = \frac{1}{\sqrt{\chi_s.\mu_0}}$.

2. Le cylindre étant limité et imposant un nœud de vitesse en $x = 0$, il y aura nécessairement établissement d'ondes stationnaires. La résonance correspondra aux modes propres de vibration du système. On recherche donc les pulsations de ces modes propres :

On part de la forme générale pour les ondes stationnaires harmoniques : $v(x,t) = A.cos(\omega t).cos\,(k.x + \varphi)$ avec la relation de dispersion $k = \frac{\omega}{c}$.

La condition à la limite $x = 0$ impose $v(0,t) = 0 = cos\omega t.cos\varphi$ soit $\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$. On choisit $\varphi = -\frac{\pi}{2}$, donc

$v(x,t) = 0 = cos\omega t.sin(k.x)$

La condition à la limite $x = L$ (ouvert sur l'extérieur) impose $p(L,t) = 0$. Or l'équation d'Euler donne la relation $\frac{\partial v}{\partial t} = -\mu_0.\frac{\partial p}{\partial x}$, ce qui permet d'en déduire que :

$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{\mu_0}.(-\omega)sin\omega t.sin(k.x)$

$p(x,t) = -\frac{1}{k.\mu_0}.(-\omega)sin\omega t.cos(k.x)$

La condition en $x = L$ s'écrit alors $cos(k.L) = 0$ donc $k_n = \frac{2.n+1}{2.L}.\pi = \frac{2.\pi.f_n}{c}$

On veut avoir $f_0 = 440\ Hz = \frac{c}{4.L}$ donc $L = \frac{c}{4.f_0}$.

3. Il y aura résonance pour $f_n = (2.n+1).f_0$. Toutes les harmoniques n'existent donc pas.

4. Un instrument à vent est beaucoup plus sensible à la température qu'un instrument à corde, expliquer pour quoi.

5. On accorde l'instrument initialement lorsqu'il est à une température $T_0 = 298\ K$ dans les conditions précédentes. Quelques temps après, la température est $T_f = 405\ K$. Déterminer la variation de la fréquence du fondamental. A combien de ton cela correspond-t-il ?