

1. L'onde se propageant selon la direction $+\vec{e}_z$, le plan d'onde serait le plane XOY . Or le champ électrique dépend de la coordonnée y . Il ne s'agit donc pas d'une onde plane car le champ électrique n'a pas la même valeur en tout point du plan XOY .
2. Ne s'agissant pas d'une onde plane, on ne peut pas exploiter la relation de structure. On repart donc de l'équation de

$$\text{Maxwell-Faraday : } \vec{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \text{ ce qui amène à } \vec{B} = \begin{cases} 0 \\ \frac{k}{\omega \pi} \cdot E_0 \cdot \sin \frac{\pi \cdot y}{a} \cdot \cos(\omega t - k \cdot z) \\ \frac{\omega \pi}{\omega \cdot a} \cdot E_0 \cdot \cos \frac{\pi \cdot y}{a} \cdot \sin(\omega t - k \cdot z) \end{cases}$$

Le champ n'est pas transverse car il a une composante colinéaire à la direction de propagation de l'onde. L'onde n'est donc pas transversale.

3. On en déduit le vecteur de Poynting (on a bien ici les expressions réelles des champs) :

$$\vec{\Pi} = \begin{cases} 0 \\ -\frac{\pi}{a \cdot \omega} \cdot \frac{E_0^2}{\mu_0} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin \frac{2 \cdot \pi \cdot y}{a} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin [2 \cdot (\omega t - k z)] \\ \frac{E_0^2}{\omega \cdot \mu_0} \cdot \sin \frac{\pi \cdot y}{a} \cdot \cos^2 (\omega t - k \cdot z) \end{cases}$$

$$\text{Ce qui donne } \langle \vec{\Pi} \rangle = \frac{k}{2 \cdot \omega} \cdot \frac{E_0^2}{\mu_0} \cdot \sin \frac{\pi \cdot y}{a} \cdot \vec{e}_z$$

4. $\mathcal{P} = \iint_S \langle \vec{\Pi} \rangle \cdot \vec{dS} = \int_0^a \int_0^a \frac{k}{2 \cdot \omega} \cdot \frac{E_0^2}{\mu_0} \cdot \sin \frac{\pi \cdot y}{a} \cdot \vec{e}_z \cdot (dx \cdot dy \cdot \vec{e}_z) = \frac{k \cdot a^2}{\pi \cdot \omega} \cdot \frac{E_0^2}{\mu_0}$