

1. On effectue le bilan des couples de forces pour le pendule n , en projection sur l'axe Ox :

✓ Couple de torsion du fil entre le pendule $n - 1$ et n : $\Gamma_{n-1 \rightarrow n} = -K.(\theta_n - \theta_{n-1})$

✓ Couple de torsion du fil entre le pendule n et $n + 1$: $\Gamma_{n+1 \rightarrow n} = +K.(\theta_{n+1} - \theta_n)$

✓ Moment du poids $\vec{M}_{\vec{P}/0} = -\frac{l}{2}.m.g.\sin\theta.\vec{e}_z$ donc $\Gamma_{\vec{P}} = -\frac{l}{2}.m.g.\sin\theta$

✓ Pour la liaison Pivot : $\Gamma_{liaison} = 0$

Le théorème du moment cinétique s'écrit donc : $J.\frac{\partial^2 J}{\partial t^2} = \Gamma_{n-1 \rightarrow n} + \Gamma_{n+1 \rightarrow n} + \Gamma_{\vec{P}} + \Gamma_{liaison}$, ce qui donne :

$$J.\frac{\partial^2 J}{\partial t^2} = K.(\theta_{n+1} + \theta_{n-1} - 2.\theta_n) - \frac{l}{2}.m.g.\sin\theta$$

θ_{n-1} , θ_n et θ_{n+1} .

2. On a alors $\theta_{n+1} = \theta(x + a, t) = \theta_n + a.\frac{\partial\theta}{\partial x} + \frac{1}{2}.a^2.\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}$ et $\theta_{n-1} = \theta(x - a, t) = \theta_n - a.\frac{\partial\theta}{\partial x} + \frac{1}{2}.a^2.\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}$, soit :

$$\frac{m.l^2}{3} \frac{\partial^2\theta}{\partial t^2} + \frac{m.g.l}{2}\theta - K.a^2.\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} = 0.$$

3. $\underline{\theta}(x, t) = \theta_0.e^{i.(\omega t - \underline{k}.x)}$

4. En injectant la solution dans l'équation de propagation, on obtient $k^2 = \frac{m.l^2}{3.a^2.K}.\omega^2 - \frac{m.g.l}{2.a^2.K}$, ce qui donne donc $k^2 =$

$$\frac{m.l^2}{3.a^2.K} \cdot \left(\omega^2 - \frac{3.a^2.K}{m.l^2} \cdot \frac{m.g.l}{2.a^2.K} \right)$$

Par identification, $c = \sqrt{\frac{3.a^2.K}{m.l^2}}$ et $\omega_c = \sqrt{\frac{3}{l} \cdot \frac{g}{2}}$

5. L'étude devient identique à celle du plasma, reprendre donc cette étude.