

1. On a deux possibilités :

$$\checkmark \quad \omega < \omega_p, \text{ alors } \underline{k}^2 = i^2 \cdot \frac{\omega_p^2 - \omega^2}{c^2} = i^2 \cdot k^2 :$$

$$\vec{E} = E_0 \cdot \cos \omega t \cdot \cos kx \cdot \vec{u}_y. \text{ Il s'agit d'une onde évanesciente ne se propageant pas}$$

$$\checkmark \quad \omega > \omega_p, \text{ alors } \underline{k}^2 = \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2} = k^2 :$$

$$\vec{E} = E_0 \cdot \cos(\omega t - kx) \cdot \vec{u}_y. \text{ C'est une onde progressive.}$$

La condition est donc $\boxed{\omega > \omega_p}$

2. L'onde est progressive et transversale : $\vec{B} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega} = \frac{k}{\omega} \cdot \vec{E}$, donc :

$$u_{em} = \frac{1}{2 \cdot \mu_0} \cdot \left(\frac{k}{\omega} \cdot E \right)^2 + \frac{\epsilon_0}{2} \cdot (E)^2 = \frac{\epsilon}{2} \cdot E^2 \cdot \left(\frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega^2} + 1 \right)$$

$$\text{On peut prendre la valeur moyenne : } \langle u_{em} \rangle = \frac{1}{2} \cdot E_0^2 \cdot \left(2 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right)$$

3. $\vec{P}_i = \frac{k}{\omega \cdot \mu_0} \cdot E^2 \cdot \vec{u}_x$ donc :

$$\langle \vec{P}_i \rangle = \frac{k}{\omega \cdot \mu_0} \cdot \frac{E_0^2}{2} \cdot \vec{u}_x$$

4. On étudie une section S orthogonale à la direction de propagation.

La valeur moyenne de l'énergie traversant S pendant dt est égale à

$$\checkmark \quad \delta \mathcal{E} = \iint_S \langle \vec{P}_i \rangle \cdot d\vec{S} \cdot dt = \frac{k}{\omega \cdot \mu_0} \cdot E^2 \cdot S \cdot dt$$

$\checkmark$ la valeur moyenne de l'énergie se trouvant initialement dans le volume $S \cdot v_e \cdot dt$:

$$\delta \mathcal{E} = \langle u_{em} \rangle \cdot v_e \cdot dt \cdot S$$

L'identification des deux expressions donne :

$$v_e = \frac{\langle \vec{P}_i \rangle}{\langle u_{em} \rangle} = \frac{2 \cdot k}{\epsilon_0 \cdot \mu_0 \cdot \omega \cdot \left(2 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right)}$$

5. Le milieu serait non dispersif si k était proportionnel à ω . On tend vers cette condition si $\frac{\omega_p}{\omega} \ll 1$

$$\text{Alors on a } v_e \equiv \frac{k}{\epsilon_0 \cdot \mu_0 \cdot \omega} = \frac{k \cdot c^2}{\omega}$$

$$\text{Or la vitesse de groupe a pour expression } v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{k \cdot c^2}{\omega}$$

$\boxed{\text{Pour des milieux peu dispersifs, l'énergie se propage à la vitesse } v_g \text{ de groupe.}}$