

1. Rappel en ce qui concerne les approximations :

✓ Si on obtient $f(x + dx) - f(x)$ dans une expression, on doit exprimer cette différence que l'on obtient de manière simplifiée par un développement limité.

✓ Si $f(x + dx)$ apparaît dans une expression seule, on peut l'approximer à $f(x)$

Ce qui amène dans les expressions suivantes à considérer que $g.u(x + dx, t) \simeq g.u(x, t)$

Les lois de Kirchhoff, et des DL à l'ordre 1 donnent

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} = -\Lambda \frac{\partial i}{\partial t} \\ \frac{\partial i}{\partial x} = -\Gamma \frac{\partial u}{\partial t} - g.u \end{cases}$$

2. On en déduit l'équation de propagation

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \Lambda\Gamma \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - g\Lambda \frac{\partial u}{\partial t} = 0$$

3. En considérant $\underline{u} = u_0 \cdot e^{i(\omega t - \underline{k}x)}$, on obtient la relation de dispersion

$$k^2 = \frac{\omega^2 - \Omega^2}{c^2} - i \cdot \frac{2 \cdot K \cdot \omega}{c}$$

On en déduit par identification

$$\begin{cases} k'^2 - k''^2 = \frac{\omega^2 - \Omega^2}{c^2} \\ k' \cdot k'' = \frac{K \cdot \omega}{c} \end{cases}$$

La solution est alors de la forme

$$u(x, t) = u_0 \cdot \underbrace{e^{-k'' \cdot x}}_{\text{absorption}} \cdot \cos(\omega t - k'x)$$

Or k' n'est pas proportionnel à ω , il y a donc dispersion.