

1. Les lois de Kirchhoff, et des DL à l'ordre 1 donnent
$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} = -\Lambda \frac{\partial i}{\partial t} - r.i \\ \frac{\partial i}{\partial x} = -\Gamma \frac{\partial u}{\partial t} - g.u \end{cases}$$
2. On en déduit l'équation de propagation

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \Lambda \Gamma \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - (r\Gamma + g\Lambda) \frac{\partial u}{\partial t} - rg.u = 0$$

3. En considérant $\underline{u} = u_0.e^{i(\omega t - \underline{k}x)}$, on obtient la relation de dispersion

$$k^2 = \frac{\omega^2 - \Omega^2}{c^2} - i.\frac{2.K.\omega}{c}$$

On en déduit par identification

$$\begin{cases} k'^2 - k''^2 = \frac{\omega^2 - \Omega^2}{c^2} \\ k'.k'' = \frac{K.\omega}{c} \end{cases}$$

La solution est alors de la forme

$$u(x, t) = u_0. \underbrace{e^{-k''.x}}_{\text{absorption}} . \cos(\omega t - k'x)$$

Or k' n'est pas proportionnel à ω , il y a donc dispersion.

4. On peut alors négliger k'' devant k' . La première égalité nous donne donc : $k' \simeq \frac{\omega^2 - \Omega^2}{c^2}$.

On peut alors déduire de la seconde égalité : $k'' \simeq \frac{K.\omega}{\sqrt{\omega^2 - \Omega^2}}$.