1. Étude mécanique pour l'électron :$m.\dfrac{d\underline{v}}{dt} = -e.\underline{\overrightarrow{E}} = i.\omega.m.\underline{v}$ or $\underline{\overrightarrow{j}} = (-n.e).\underline{\overrightarrow{v}}$ donc

$$\underline{\overrightarrow{j}} = -i.\frac{n.e^2}{m.\omega}.\underline{\overrightarrow{E}}$$

2. A l'aide des équations de Maxwell, on peut retrouver l'égalité

$$\mu_0.\frac{\partial \underline{\overrightarrow{j}}}{\partial t} + \frac{1}{c^2}.\frac{\partial^2 \underline{\overrightarrow{E}}}{\partial t^2} = \overrightarrow{\Delta}\underline{\overrightarrow{E}}$$

On en déduit alors

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\mu_0.n.e^2}{m}$$

On définit une fréquence ω_p, dite fréquence plasma

$$\omega_p = \sqrt{\frac{\mu_0.n.e^2}{m.c^2}}$$

La propagation ne se fera que si k a une composante réelle, donc si $\omega > \omega_p$. Dans le cas contraire, l'onde sera évanescente.

3. Il se propage à la vitesse de groupe $v_g = \dfrac{k.c^2}{\omega} = \dfrac{L}{\tau}$

On en déduit la durée de propagation $\boxed{\tau = \dfrac{L.\omega}{k.c^2} = \dfrac{L}{c.\sqrt{1 - \dfrac{\omega_p^2.\lambda^2}{4.\pi^2.c^2}}}}$

4. On Comme $\omega = \dfrac{2.\pi.c}{\lambda} \gg \omega_p$, on peut effectuer un DL $\left(1 - \dfrac{\omega_p^2.\lambda^2}{4.\pi^2.c^2}\right)^{\frac{1}{2}} \simeq 1 + \dfrac{\omega_p^2.\lambda^2}{8.\pi^2.c^2}$

Alors L'expression de $\Delta t = \tau_2 - \tau_1$ correspond à l'expression proposée.